

二维材料的电导率

在进行本实验之前，请认真阅读在另外一个单独信封里装着的“总实验指南”。

引言

在研发基于半导体技术的新一代元器件（比如计算机芯片、太阳能电池）时，研究人员一直在寻找具有优越输运特性（如低电阻率）的材料。这些特性的测量使用的是有限尺寸的样本进行的，且测量时的接触电阻有限，样品具有一个特殊的几何结构。在对这些测量结果进行分析，以得到材料的真正特性时，必须考虑到样品有限尺寸等上述因素的影响。此外，材料在薄膜状态下的特性可能不同于材料处于块状下的特性。

在本实验题中，我们将测量材料的电学特性。测量中将使用下面两种定义：

- 电阻 R : 电阻是样品或元件的一种电学性质。对于具有特定尺寸的给定样品，可以测量出其电阻值。
- 电阻率 ρ : 电阻率是用来确定电阻的材料属性。它取决于材料本身参数和外部参数，如温度，但它不依赖于样品的几何形状。

特别地，我们将要测量所谓的薄片电阻率。这个电阻率是上面提到的电阻率除以薄层的厚度。

我们将探讨下列参数对薄层材料的电阻测量所带来的影响：

- 测量电路
- 几何结构
- 以及样品尺寸

实验样品有：一片导体纸，镀有金属膜的硅晶片。

材料清单：

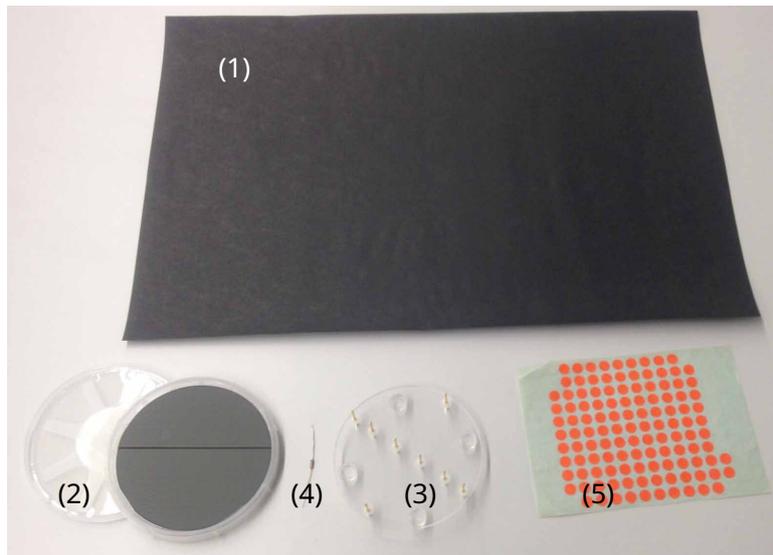


图 1：本实验中需要使用的其他元件

- 1、涂有一层石墨的导电纸
- 2、镀有铬薄膜的硅晶片（放在晶片架上）
- 3、带有 8 个弹簧销的有机玻璃板，上有 8 根带弹簧的探针
- 4、一个欧姆电阻
- 5、彩色贴纸

重要注意事项

- 所提供的硅晶片，如果掉落或者弯曲，很容易破碎。千万不要触摸或划伤闪亮的金属表面。

实验指南

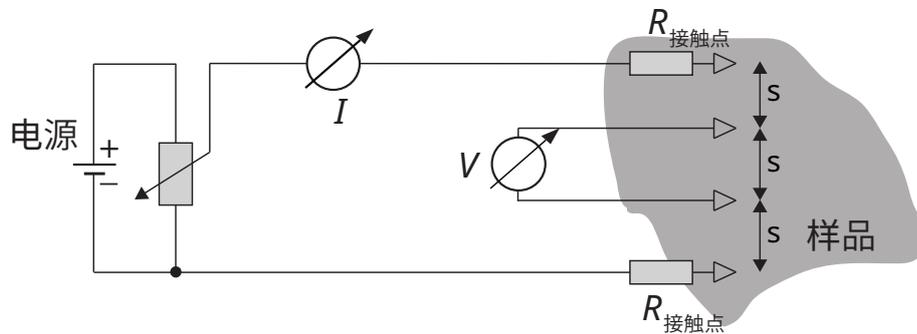
- 在此实验中，信号发生器将被作为一个直流电压源使用。在这种模式下，信号发生器在 voltage (5) 和 GND (7) 两端之间输出一个恒定电压。(voltage 意思为“电压”，GND 的意思为“地”)。括弧中的数字指“实验总指南”中照片中的编号。
- 可以使用螺丝刀，调节左侧标有”adjust voltage (调节电压) (3) “的可调电阻，来调整电压的大小（范围：0 - 5 V）。
- 在进行这部分实验时，通过 toggle switch(拨动开关) (8)，确保将信号发生器的扬声器驱动部分关掉。是否关掉，可以通过测量扬声器的 speaker amplitude(振幅监测) (6) 和 GND (7) 之间的电压来进行检验。如果扬声器驱动部分被关掉的话，则在上述两端之间的电压就是 0。

A 部分：四探针法 (4PP) 的测量 (1.2 分)

要精确测量样品的电阻率，用于测量电压和测量电流的接触点一定要分开。

我们把这种测量技术叫做四探针测量技术 (4PP)，如图所示。为了尽可能简单，四个接触点按照几何对称来安排，例如电流 I 从一个外接触点 (叫做源) 流入样品，可能通过各种路径流经样品，然后再从另外一个接触点 (叫做漏) 流出。在上述两接触点之间取一长度为 s 的路径，测量该段路径上的电压 V 。

如果我们搭建一个对称的装置，测量就变得非常简单了。如下图所示：所有的接触点之间的距离都等于 s ，样品中央的接触点如下图所示。



I - V 曲线代表了样品的 I - V 特性，通过它可以确定出样品某部分的电阻值。在接下来的实验中我们仅利用 4PP 技术进行测量。开始，我们用线性等间距方法从如图所示的八个探针 (接触点) 中选取四个。

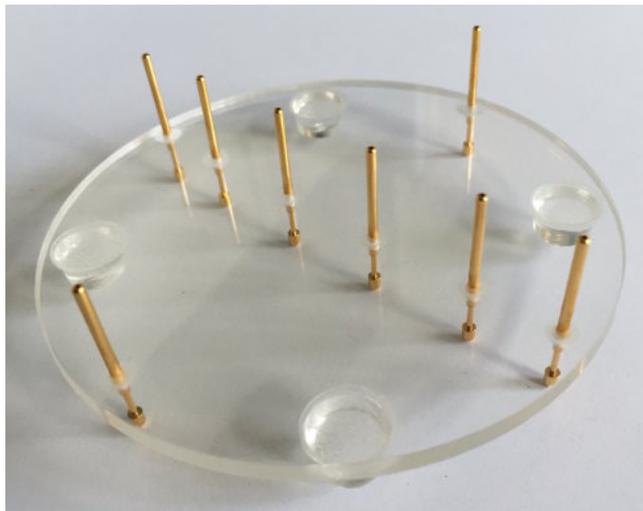


图 2：用于 4PP 测量法的材质为丙烯酸玻璃的测量板，有 4 个塑料脚和 8 个探针或接触点。

下面的测量中，需要用到整张导电纸。

关于下面所有测量的重要提示

- 导电纸的长边是参照边。四个探针排列成一条线，应该与这条参照边平行。

- 小心使用有涂层的一面（黑色的），而不是导电纸的褐色背面！你可以用彩色贴纸标出正确的方向。
- 仔细检查，确信导电纸上没有小洞和划痕。
- 在以下测量中，尽可能地将接触点放置在样品的中心。
- 用一定的力量按压有机玻璃板，以确保接触点与样品有良好的接触，4 个圆形塑料角正好和表面接触。

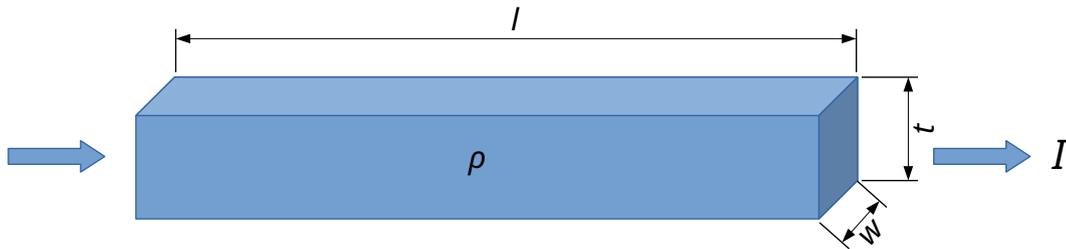
| | | |
|------------|--|-------|
| A.1 | 四点探针测量法（4PP）：参照图 1 测量 s 长度上的电压降 V ，与系统电流 I 间的函数关系，至少共测四组，作一个表，填入数据，在图 A.1 中画出电流 I 随电压降 V 变化的关系线。 | 0.6pt |
|------------|--|-------|

| | | |
|------------|---|-------|
| A.2 | 由图 A.1 确定整张导电纸的有效电阻 R 的值 ($R = \frac{V}{I}$)。 | 0.2pt |
|------------|---|-------|

| | | |
|------------|--|-------|
| A.3 | 利用图 A.1 确定 4PP 测量法确定的电阻 R 的不确定度 ΔR 。 | 0.4pt |
|------------|--|-------|

B 部分 薄片电阻率 (0.3 分)

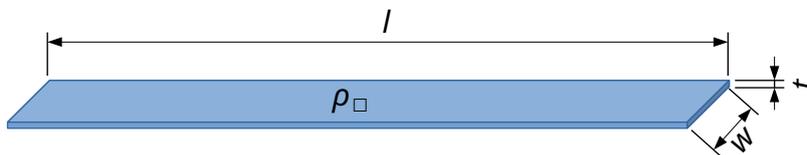
电导率 ρ 是材料的一个重要属性，可以通过给定尺寸和几何结构的三维 (3D) 导体的电阻值计算得到。这里我们考虑长为 l , 宽为 w , 厚度为 t 的条状样品:



上面测量的厚导体的电阻 R 公式如下:

$$R = R_{3D} = \rho \cdot \frac{l}{w \cdot t} \quad (1)$$

依据基本的原理，我们可以定义厚度 $t \ll w$ 和 $t \ll l$ 的二维 (2D) 导体的电阻:



$$R = R_{2D} = \rho_{\square} \cdot \frac{l}{w}, \quad (2)$$

定义公式 (2) 时，利用了薄片电阻率关系式 $\rho_{\square} \equiv \rho/t$ (读作 "rho box")，其单位为欧姆： $[\rho_{\square}] = 1 \Omega$

特别重要：公式 (2) 只有在导体横截面上电流密度均匀并且横截面等势时才成立。在我们这种点接触的情况中是不成立的。可以证明，点接触情况下，取而代之，薄片电阻率与电阻满足下列关系

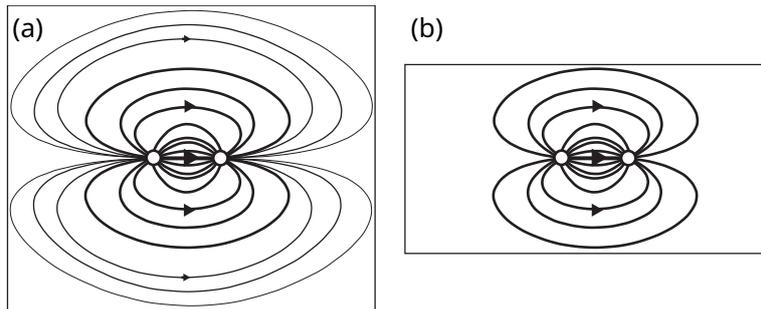
$$\rho_{\square} = \frac{\pi}{\ln(2)} \cdot R \quad (3)$$

上式要求的条件为： $l, w \gg t$.

- B.1** 计算 A 部分中利用 4PP 方法测量使用的导电纸的薄片电阻率 ρ_{\square} 。我们命名其为特征值 ρ_{∞} (对应于 A 部分中电阻测量结果 R_{∞})，因为整张样品导电纸的维度对比于接触点间距 s 是相当大的，也就是说： $l, w \gg s$ 0.3pt

C 部分 测量样品的不同维度 (3.2 分)

现在还没有考虑样品的维度 w 和 l 是有限的。如果样品变得很小，电压保持恒定时，承载的电流很小：如果我们在两个接触点（白圈）上加上电压，电流将由样品上的所有可能的非交叉的路径流过，如下图（a）所示。用线条表示出这些路径：线条越长则电流越小，电流大小由线条粗细表示。对于小样品，下图（b），加上同样的电压，由于可能的电流路径变少了，总电流将减小。因此测量到的电阻值将增加：



（薄片）电阻率不随着样品的尺寸而改变。因此，为了利用公式（3）将测量的电阻值转化成电阻率，我们需要引入一个修正系数 $f(w/s)$

$$\rho_{\square} = \frac{\pi}{\ln(2)} \cdot \frac{R(w/s)}{f(w/s)} \quad (4)$$

对于一个长度 $l \gg s$ 的样品来说，系数 f 仅仅依赖于比值 w/s ，并且数值大于 1: $f(w/s) \geq 1$ 。为了简化，我们只关注与宽度 w 的关系，认为我们在实验中的样品长度足够长。我们假定大尺寸情况下， ρ_{\square} 接近正确值，即：

$$R(w/s) = R_{\infty} \cdot f(w/s) \quad \text{with} \quad f(w/s \rightarrow \infty) \rightarrow 1.0. \quad (5)$$

C.1 用 4PP 方法，对范围在 0.3 到 5.0 之间的四个不同 w/s 值，测量所对应的电阻值 $R(w, s)$ ，将结果记录在表 C.1 中。请确保样品的长度大于探针间距的五倍： $l > 5s$ ，并且样品的长度 l 总是选取导电纸的同一条长边。
对每一个 w/s 比值，在 4 个不同的电流值下分别测量电压，计算四次测量下的电阻的平均值 $R(w/s)$ 。
将结果填入表 C.1 中。 3.0pt

C.2 计算这些测量的每一个 $f(w/s)$ 0.2pt

D 部分 校正系数：比例法则 (1.9 分)

在 C 部分可看到，在不同的宽度与探头距离之比 w/s 的情况下，测得了的电阻率。从 C 部分获取的数据开始，我们选择以下通用函数来描述测量范围内的数据

$$\text{Generic fit function: } f(w/s) = 1.0 + a \cdot \left(\frac{w}{s}\right)^b \quad (6)$$

注意，对于很大的 w/s ， $f(w/s)$ 必须是 1.0。公式（6）中 Generic fit function 的意思为通用拟合函数

D.1 为了用公式 6 和在 C 部分 C 中的数据 $f(w/s)$ 来拟合模型曲线。在线性图 D.1a, 半对数图 D.1b, 或双对数图 D1.c 中, 选择最合适的坐标纸, 在图上标出数据点并作图。 1.0pt

D.2 从你做出的拟合线中推算出适合的参数 a 和 b 。 0.9pt

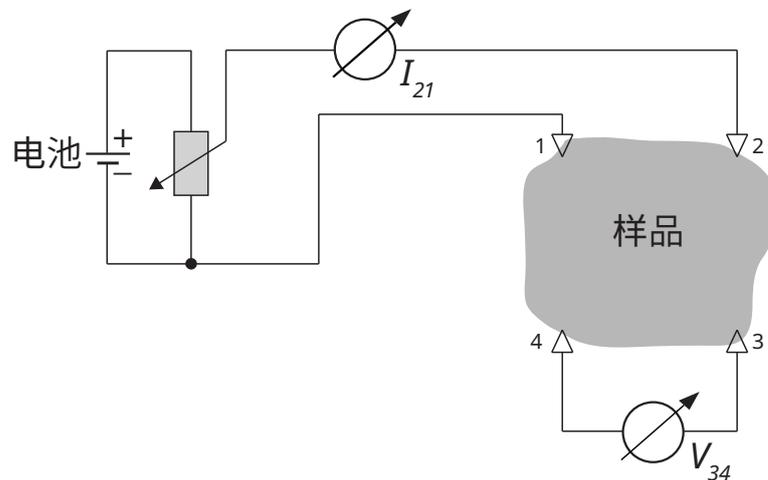
E 部分：硅晶片和范德堡法 (3.4 分)

在半导体工业中，半导体与薄金属层的薄片电阻率大小是很重要的知识，因为它决定了元器件特性。接下来你会测量一个硅晶圆片。这个硅晶圆片的亮面镀了一层很薄的铬金属。

顺着箭头方向旋转（RELEASE 意思为打开），打开硅晶圆片盒取出晶圆片。请注意，硅晶圆片如果掉落或弯曲，就可能破裂。也不要碰触或刮伤闪光的金属薄膜表面。测量硅晶圆片时，请放置于桌上，亮面向上。

| | | |
|------------|--|-------|
| E.1 | 使用跟之前一样的四探针法，测量电压 V 随电流 I 变化的数据，填入表中。 在答题卡上写下你的硅晶圆片盒上的编号，该编号标在塑料晶片架上。 | 0.4pt |
| E.2 | 在图 E.2 上作图，确定电阻 R_{4PP} 的值。 | 0.4pt |
| E.3 | 为了确定一个圆形样品如硅晶圆片的电性校正因子，我们近似样品的有效宽度 w 为硅晶圆片的直径 $D=100\text{ mm}$ 。在这个假设下计算比例值 w/s_0 。使用拟合函数 (6) 与参数 a 与 b 来决定硅晶圆片电性的校正因子 $f(w/s)$ 的值。 | 0.2pt |
| E.4 | 使用公式 (4) 计算铬薄膜层的薄片电阻率 ρ_{\square} | 0.1pt |

为了避免使用上述的几何校正因子，精确计算薄片电阻率，飞利浦公司的工程师 L.J. 范德堡发展出一个简单的测量法。将四个探针放在任意形状样品的边缘，如图所示（1 到 4 号为探针编号）。电流在相邻两探针间流动（如 1 与 2 之间）时，测量 3 与 4 之间的电压。这样可以得到电阻值 $R_{I,V} = R_{21,34}$



由于对称的原因 $R_{21,34} = R_{34,21}$ 和 $R_{14,23} = R_{23,14}$ ，范德堡指出，对于任意而简单的连接形状（无孔）的样品并采用点状接触，以下方程成立：

$$e^{-\pi R_{21,34}/\rho_{\square}} + e^{-\pi R_{14,23}/\rho_{\square}} \equiv 1. \quad (7)$$

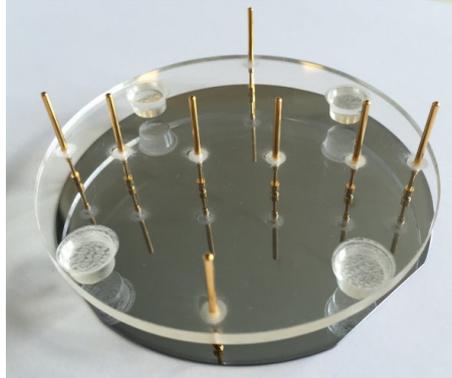


图 3：镀有金属膜层的硅圆晶片上的 4PP 元件。注意在圆晶片的右手边的切口。这种切口被称为对位切边。

如图所示连接四个构成正方形的弹簧探针。将两个相邻的弹簧探针连接到有电流表的电流源，剩下的两个弹簧探针与电压表连接。旋转这个正方形直到其一个边平行于晶片的对位切边。

E.5 绘制流过触点的电流的方向，和晶片的对位切边的方向。测量至少 6 个不同电流 I 值下的电压值 V ，要求电流 I 大致等间隔。将结果填入表 E.5。 0.6pt

E.6 使电流垂直于上一步中的电流方向，重复上述实验过程，将测量结果填入表 E.6。 0.6pt

E.7 用不同的颜色和（或）符号，将所有数据在一张图 E.7 上绘图。确定两条曲线的平均值 $\langle R \rangle$ 。 0.5pt

E.8 使用 $\langle R \rangle$ 替换所有电阻 $R_{kl,mn}$ ，解关于 ρ_{\square} 的方程 (7)，并计算铬薄膜层的薄片电阻率 ρ_{\square} (vdP) 0.4pt

E.9 比较线性法 (E.4) 和范德堡法 (E.8) 两种不同测量方法的结果。以百分比的相对误差方式，给出两种方法的差别。 0.1pt

E.10 在铬 (Cr) 薄膜层具有 8nm 的标称厚度。使用这个值和范德堡方法的最终结果，通过方程 (1) 和 (2)，来计算铬的电阻率。 0.1pt