

光子晶体 (20 分, 5 小时)

简介

光子晶体是折射率具有周期性变化的材料，其周期性尺度与光波波长相当。在光子晶体的光谱中，存在一些抑制某些波长的光传播的狭窄带隙。这些特殊的光学特性，使光子晶体可应用于各种光学元件 (例如：光过滤器、反射器) 的开发上。

在这实验中，你将利用阳极氧化铝所制成的多孔膜 (包含着充满空气的孔) 来研究光子晶体的性质。通过电化学反应 (阳极化) 制成的阳极氧化铝多孔膜，其结构可看作一些垂直排列于薄膜上的不相交的圆柱通道 (图 1)。

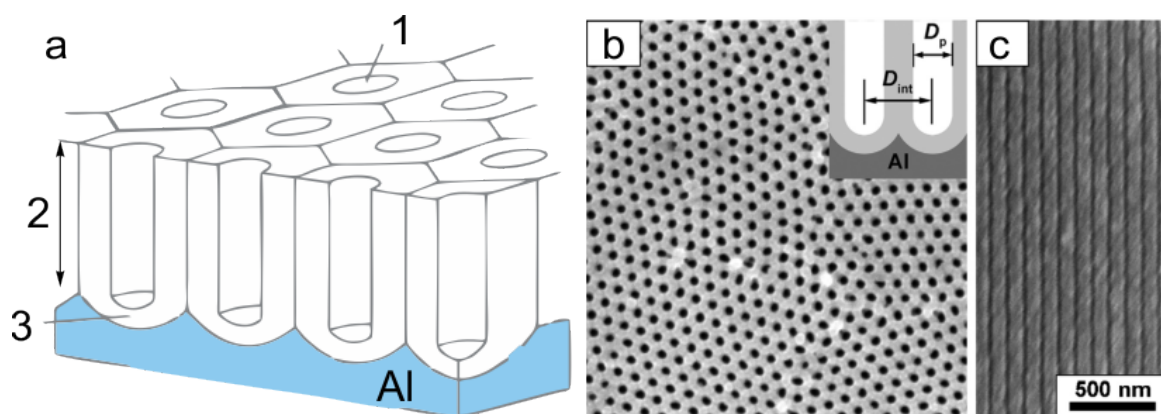


图 1: (a) 阳极氧化铝多孔膜结构图: (1) 孔、(2) 孔膜层、(3) 阻隔层。电子显微镜下的多孔膜图像: (b) 俯视图 (c) 横切面 [Electrochim. Acta, 2011, 56, 2378]。

孔的直径和孔间的距离，取决于电化学处理的情况，改变阳极化过程中的电压，可以得到在沿氧化铝膜表面法线方向上具有可变孔隙率的结构 (图 2)。

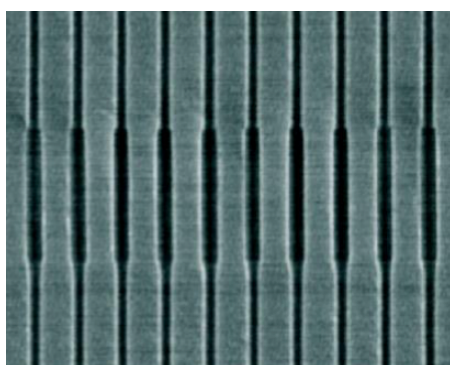


图 2: 在电子显微镜下阳极氧化铝孔膜层的孔径变化的横切面图像 [Nat.Mater., 2006, 5, 741].

实验中各样品的孔径均小于 30 nm。具有这么小孔径的多孔介质在光学范围内的电磁波可视为连续介质，因此我们可利用等效 (体积平均) 折射率来表示它的折射率。

阳极氧化铝孔膜层的折射率变化是由孔隙率改变而造成的。注意实验样品的折射率只沿单一方向 (垂直于铝膜表面) 作周期性变化。因此实验样品是一维光子晶体。

Experiment



APhO
YAKUTSK 2017 RUSSIA

Q1-2
Simplified2 (China)

应指出的是，均匀孔径的阳极氧化铝膜，在光学上是透明的，而光子晶体由于层结构造成光干涉，会呈现色彩。在这实验中，你将会研究三个利用阳极氧化铝 (AAO) 制成的不同结构的光子晶体样品。

仪器

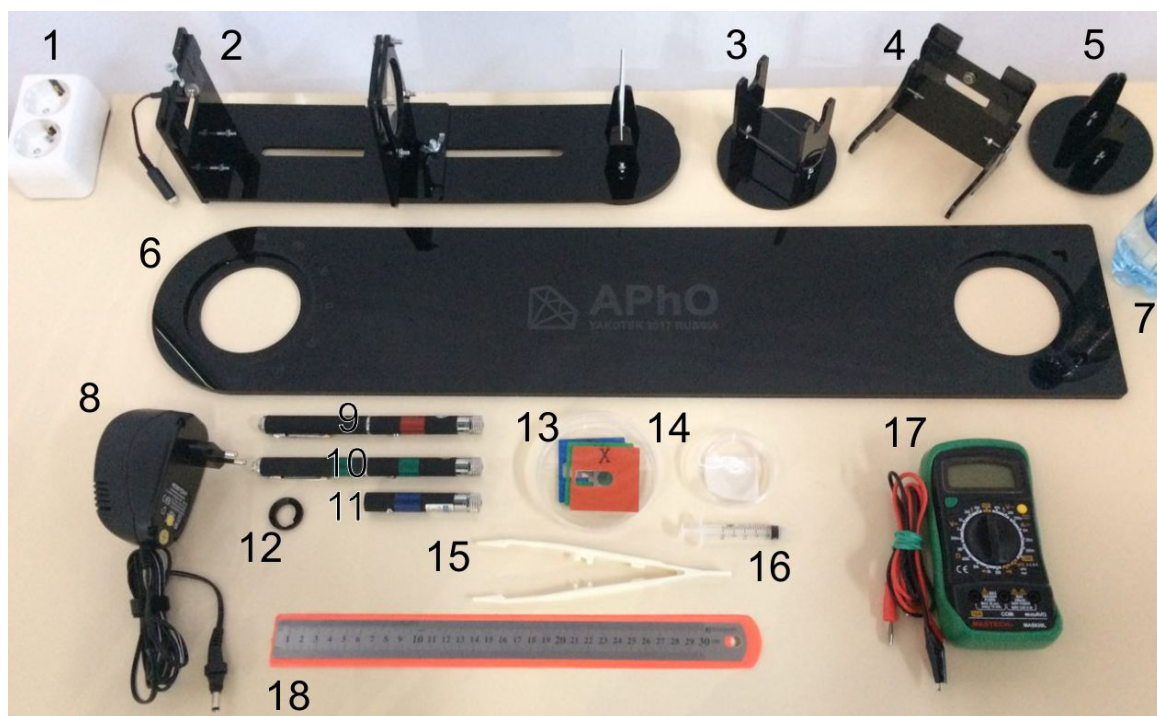


图 3. 桌上的仪器

1. 插座
2. 光谱测量用的衍射臂
3. 附有橡皮筋的激光支架
4. 光电二极管及其支架
5. 样品支架
6. 附有量角器的主光学平台
7. 瓶装水
8. 直流电源适配器 (提供电源)
9. 红色激光器 (波长为 659 nm)
10. 绿色激光器 (波长为 530 nm)
11. 蓝色激光器 (波长为 400 nm)

激光很危险！在任何情况下，切勿将激光射向眼睛或直视激光光束！亦须注意反射光束！

12. 激光开关按钮锁定圈
13. 培养皿中放置的 3 片光子晶体样品，分别装在不同颜色的框架中

光子晶体很易碎！切勿触摸晶体！只可手持框架！不会提供新样品！

14. 培养皿中放置的盖玻片

盖玻片很薄及易碎！使用镊子来夹起盖玻片！

- 15. 处理盖玻片的镊子
- 16. 针筒
- 17. 附有连接导线的万用电表
- 18. 直尺

衍射臂

在光谱测量中，需要用衍射臂 (图 4) 产生不同波长的光。衍射臂由白炽灯、在支架上的衍射光栅及在白炽灯与衍射光栅之间可移动的透镜组成。当安装衍射支架时，将圆盘放入主光学平台上左方的空洞里。

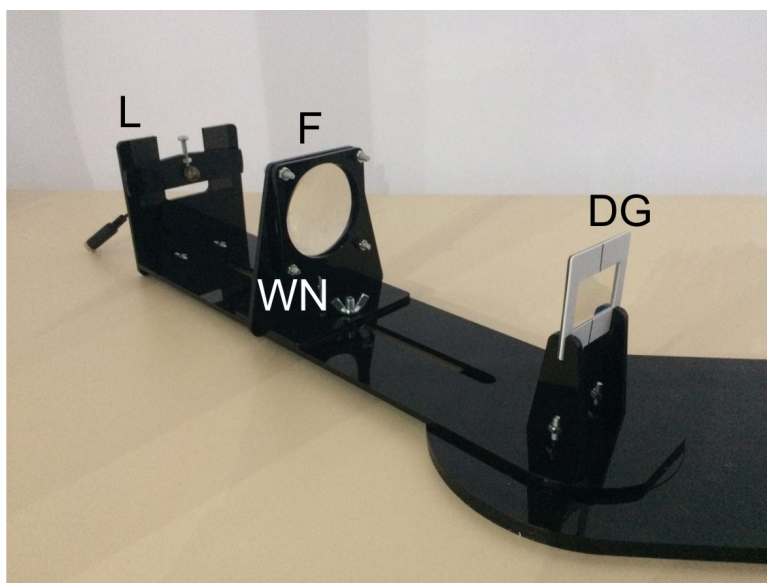


图 4. 衍射臂

白炽灯起初是置中的，然而如有需要你可自行调校。确保灯丝竖直以透过衍射光栅得到更精细的谱线。

移动透镜以调整光束会聚的角度。拧松翼形螺丝 (WN)，滑动透镜支架，然后再拧紧螺丝 (切勿过份拧紧，只需轻微扭矩以避免透镜不慎滑动)。

打开白炽灯及激光电源

将直流电源适配器插入桌上插座给光源供电。将直流电源适配器与白炽灯或激光器相连。要留意激光的正负极，起初的设定是正确的。

激光

提供了三款激光：红色激光 ($\lambda = 659 \text{ nm}$)、绿色激光 ($\lambda = 530 \text{ nm}$) 及蓝色激光 ($\lambda = 400 \text{ nm}$)，用对应颜色的胶纸标示。

激光很危险！在任何情况下，切勿将激光射向眼睛或直视激光光束！亦须注意反射光束！

红色及蓝色激光共用同一供电装置。如需将红色转为蓝色激光，扭松红色激光的供电装置，然后把蓝色激光装上供电装置上 (图 5a)。

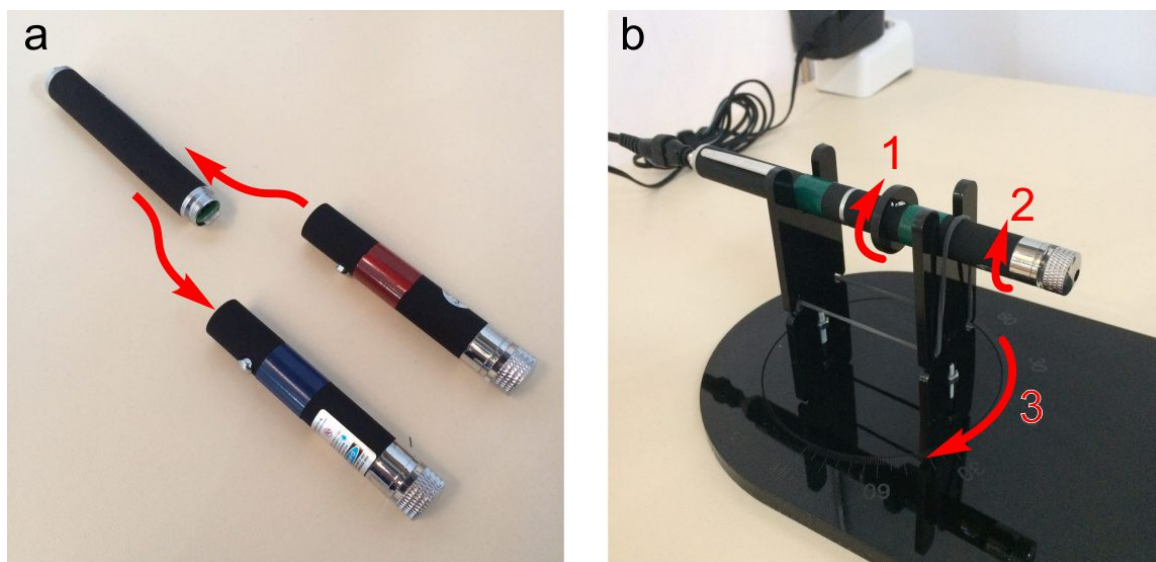


图 5：(a) 切换供电装置。(b) 调校激光光束。

在光度计的实验中，套上激光开关按钮锁定圈，并将激光器放在支架上，然后用橡皮筋缚紧 (图 5b)。将附有支架的圆盘放入主光学平台上左方的空洞里。转动激光开关按钮锁定圈以开启激光 (1)。

你可能需要校准激光光束。首先围绕激光器轴线转动激光器，直至光束在水平面内 (2)。然后，旋转附有支架的圆盘使得光束沿光学平台方向 (3)。

光电二极管

在测量光强的实验中，你需要用到激光及光电二极管测量光的透射强度。光电二极管支架的支撑部份可插入主光学平台上的狭槽中 (图 6a)。

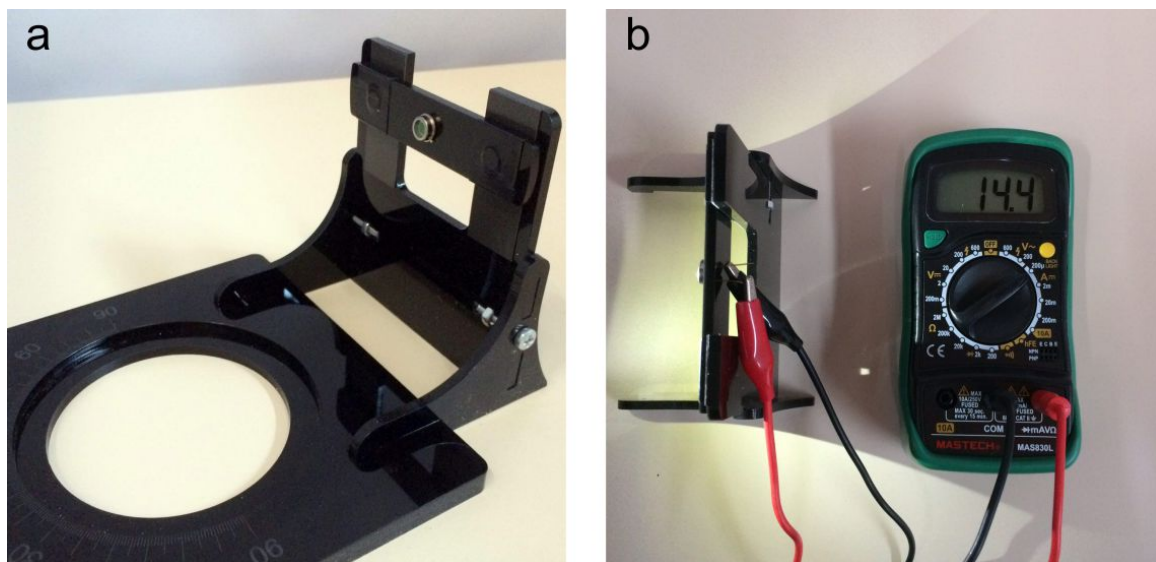


图 6: (a) 安装光电二极管。(b) 连接万用电表。

光电二极管安装在附有磁铁的支架上，可以根据光束方向作调校。

当使用光电二极管测量光强时，需将光电二极管连接万用电表，并使用直流电模式 (μA) (图 6b)。光电二极管的电流与所接收光的光度成正比，因此以 μA 为单位来测量光强。

光子晶体样品

光子晶体很易碎！切勿触摸晶体！只可手持框架！

在实验中，提供了三种不同的光子晶体样品。三种光子晶体样品的正面各有不同颜色，上面有样品名称 (X、Y 或 Z)。当将样品放上支架时，需确保光束射向样本的正面，而英文字母朝上。实验进行时，将附有样本的支架圆盘放入主光学平台上右方的孔洞里。注意需沿顺时针方向旋转附有样本的支架圆盘以避免反射光束。

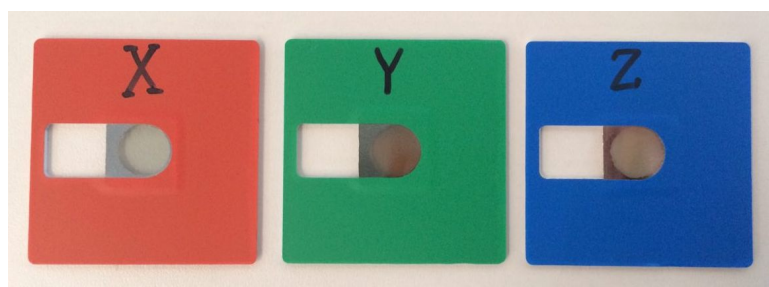


图 7: 三种不同的光子晶体样品

布拉格-斯涅尔定律

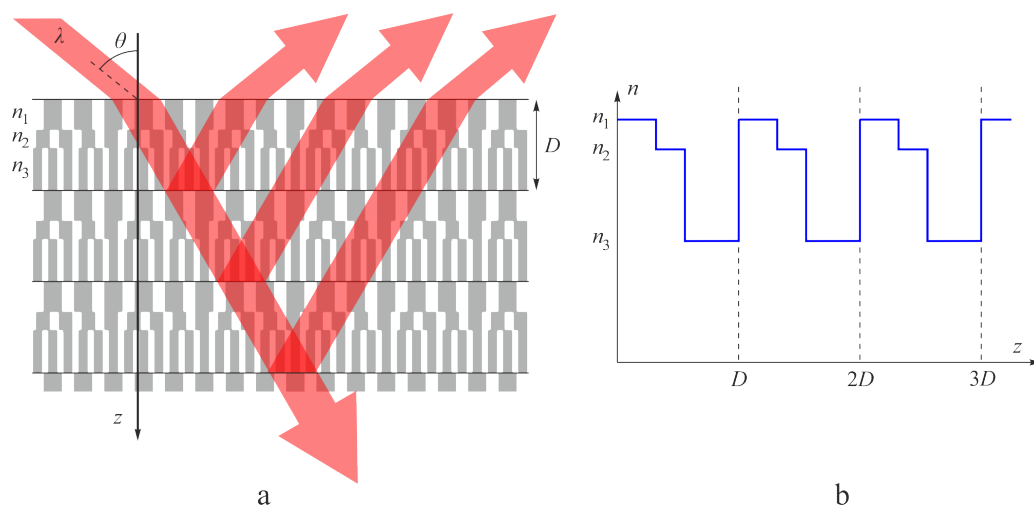


图 8. (a) 光子晶体结构. (b) 折射率 $n(z)$ 的变化。

本实验中的光子晶体样品拥有多层不同折射率 n_i 的层。折射率以周期 D 沿着 z 轴变化，但与波长 λ 无关。假设整体平均折射率记为 n ，折射率差记为 $\Delta n = n_{\max} - n_{\min}$ 。在 AAO 晶体中

$$\Delta n \ll n. \quad (1)$$

我们假设平行光束是单色波长 λ 及强度恒定地投射于光子晶体上。入射角是 θ 。从不同层反射的光束互相干涉。因此，在满足以下方程的入射角 θ ，镜面反射有最大值：

$$2D\sqrt{n^2 - \sin^2\theta} = m\lambda, \quad (2)$$

其中 $m = 1, 2, \dots$ 是表示干涉级次的整数。

公式 (2) 被称为**布拉格-斯涅尔定律 (Bragg-Snell law)**。在反射率最大值的角度 θ_i 下，透射率则是最小值。若在角度 θ 不变的情况下改变波长 λ ，布拉格-斯涅尔定律便可理解为一个随波长改变的方程式。图 9 显示了反射光谱和透射光谱。每个透射极小都对应着布拉格-斯涅尔定律中的某个整数 m 。

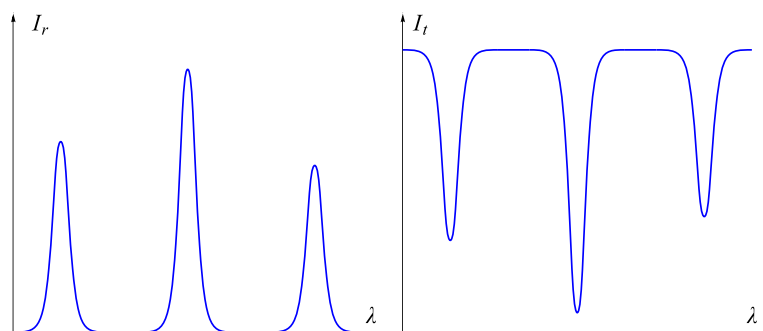


图 9：反射光谱和透射光谱。

Experiment



APhO
YAKUTSK 2017 RUSSIA

Q1-8
Simplified2 (China)

满足布拉格-斯涅尔定律 (公式 2) 的波长被称为**透射极小波长 (wavelengths of transmittance minimums)**。极小透射波长取决于入射角 θ 。在 $\theta = 0$ 的情况下的极小透射波长则被称为该光子晶体的**透射极小的正入射波长 (normal wavelengths of transmittance minimums)**。

在本次实验考试中你不需要计算误差。

Part A . 样品 X. 光谱测量 (3.5 分)

样品 X 具有简单结构 (如图 10). 由折射率 (n_1 和 n_2) 相近而厚度同为 $D_X/2$ 的两层构成周期结构.

$$n_1 - n_2 = \Delta n \ll n_X = \frac{n_1 + n_2}{2} \quad (3)$$

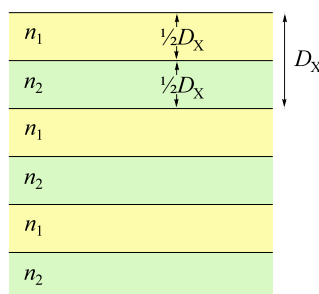


图 10: 样品 X 的结构

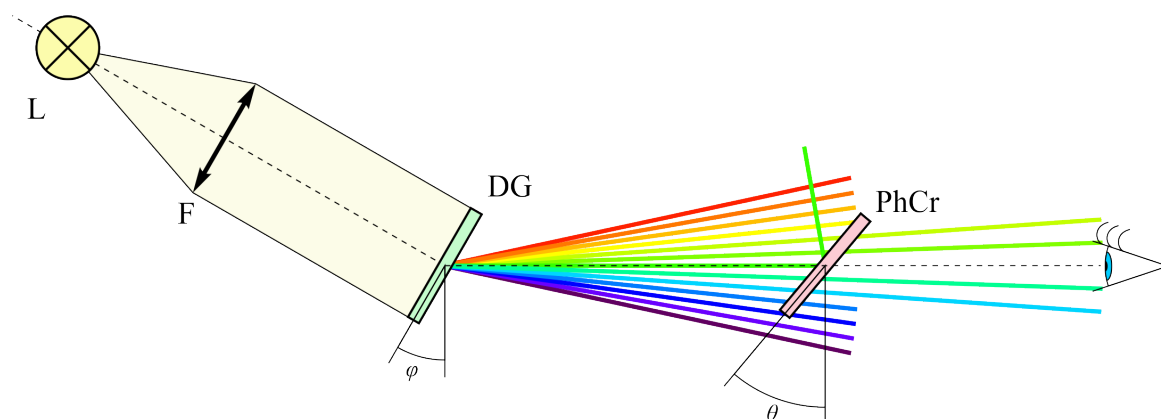


图 11: 光谱测量的实验装置图: (F) 透镜, (L) 置于透镜焦点上的灯泡, (DG) 衍射光栅, (PhCr) 光子晶体.

1. 组装**用于光谱测量的实验装置**. 把衍射臂放入主光学平台的左孔洞内.
2. 打开灯. 从光学平台的另一末端观察衍射光栅. 转动衍射臂直到你看见第一阶衍射 (一组彩虹条纹).
3. 把样品支架放置在主光学平台的右孔洞内 (把三角标记设在 0 度). 把样品 X 放入支架内 (灯光应投射在红色一面上). 透过样品 X 去观察衍射光栅的彩虹条纹.
4. 如果顺时针转动样品到合适的角度, 你可看见透射光谱的黑暗区 (如图 12). 这个**透射极小 (transmittance minimum)** 对应于布拉格-斯涅耳定律 (Bragg-Snell law) 中 $m = 1$. 当你转动样品时, 透射极小所对应的波长会改变.

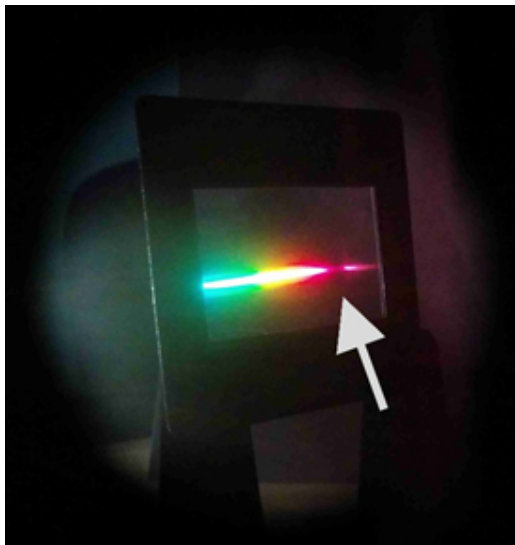


图.12. 样品 X 的透射光谱图. 白色箭头指出了透射极小 (彩虹条纹中的暗区).

5. 通过移动透镜, 你可以缩放光谱以看到更宽或更窄的部分. 为了精确测量, 请适当放置透镜, 使得灯泡在焦点上.

A.1 光垂直于光栅表面入射. 写出联系衍射角 φ 和波长 λ 的方程. 光栅周期 $h = 1000 \text{ nm}$ (纳米). 写出该答案时不需要推导过程. 0.1pt

A.2 测量对应透射极小值时的入射角 θ , 测量时将其作为衍射角 φ 的函数. 注意读 θ 时, 要求透射极小区 (暗区) 位于光栅窗口的正中. 1.0pt

A.3 为了作出线性关系的图, 请推导新的坐标关系以代替 θ 对 φ 的依赖关系. 用新坐标关系作图. (Find new coordinates instead of θ on φ to test that graph would be linear. Plot the graph in new coordinates.) 1.5pt

A.4 定出样品的周期 D_X 和平均折射率 n_X . 0.9pt

Part B. 样品 X. 激光测量 (5 分)

晶体的孔隙率 p , 是指晶体体积中被空气填充的部分占比 (孔道). 晶体的等效折射率可以用空气折射率 $n_a = 1$ 和氧化铝折射率 n_{AAO} 表示为:

$$n_{dry} = \sqrt{pn_a^2 + (1-p)n_{AAO}^2}. \quad (4)$$

如果孔道中充满了水, 那么晶体的折射率会变为:

$$n_{wet} = \sqrt{pn_w^2 + (1-p)n_{AAO}^2}, \quad (5)$$

其中 $n_w = 1.33$ 是水的折射率.

在本部分题中, 我们要对比样品干 (dry) 和湿 (wet) 两种情况下的实验数据, 来定出光子晶体的孔隙率 p . 我们将使用激光测量的装置.

B.1 挑选激光器, 使得对应激光波长 λ , 可以在某个样品转动角度 θ 时, 能观察到透射极小. 写下你选出的激光的波长. 0.1pt

在 Part B 的所有任务中都使用已选出的激光.

组装激光测量实验装置 (图 13).

不要直视激光束! 注意跟踪反射光束, 不要射入眼睛. 即使短时的射入也可能对眼睛造成严重伤害. 做任何激光实验时都不要让头与光束持平.

激光实验中, 在记录数据之前, 要确保激光强度稳定为常数. 如果不稳, 等待 3-5 分钟.

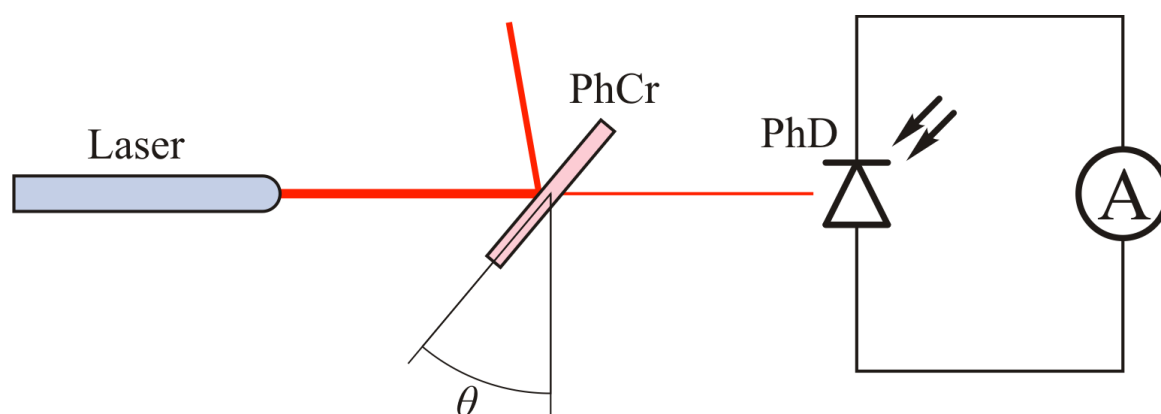


图 13. 激光测量装置图: (L) laser 激光, (PhCr) photonic crystal 光子晶体, (PhD) photodiode 光二极管, 连接到一个安培表. 安培表测量到的电流正比于落在光二极管上的光强.

B.2 测量透过光子晶体的激光光强 I_t (以 μA (微安) 为单位), 测量时将其作为 θ 的函数. 1.0pt

B.3 作图 $I_t(\theta)$. 1.0pt

- B.4** 定出此激光波长下, 对应透射极小值的入射角 θ_1 . 定出 $I_t(\theta)$ 图上波谷的半值宽度 $\Delta\theta_1$ (参见图 14a). 0.2pt

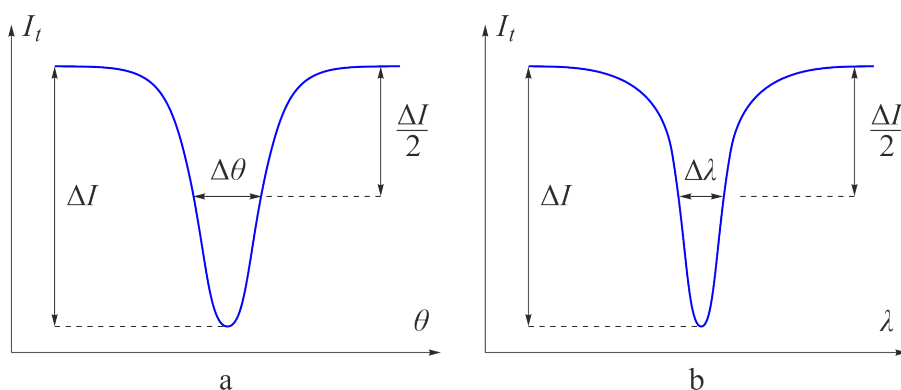


图 14. 透射光强波谷的半值宽度 (a) 关于入射角, (b) 关于波长.

- B.5** 用布拉格-斯涅尔定律 (Bragg-Snell law) (公式 2), 定出样品 X 的透射极小正入射波长 (transmittance minimum normal wavelength) λ_X . 使用 Part A 中得到的 n_X , B.4 中得到的 θ_1 , 以及激光波长 λ . 0.2pt

当光垂直于晶体入射时 ($\theta = 0$), 对应 $m = 1$ 的透射极小的光谱半值宽度 $\Delta\lambda$ (图 14b), 可以用 n 和 Δn 表示为:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2}{\pi} \frac{\Delta n}{n}. \quad (6)$$

为了计算样品 X 的 Δn_X , 假设透射极小的相对光谱宽度 $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ 不随转动而改变.

- B.6** 计算样品 X 的折射率差值 Δn_X . 0.6pt

从样品 X 朝上一面加入一些水. 为了防止实验过程中水的蒸发, 请非常小心的将一个盖玻片盖在样品上. 在样品的朝下一面, 有一层 15 nm(纳米) 厚的固体氧化物阻止水的流出.

请当心! 样品非常脆弱。样品的宽度只有一根头发直径的四分之一。操控样品时只能接触边框。盖玻片同样也非常脆弱! 只能使用夹子来夹持盖玻片。

- B.7** 根据激光波长下湿样品 (the wet sample) 的透射极小值定出入射角 θ_2 0.3pt

- B.8** 定出样品 X 的平均孔隙率 p_X 和氧化铝的折射率 n_{AAO} 1.0pt

- B.9** 定出样品 X 各层的平均孔隙率 p_1 和 p_2 。 0.6pt

Experiment



APhO
YAKUTSK 2017 RUSSIA

Q1-13

Simplified2 (China)

Part C. 样品 Y。多个透射极小 (4.5 分)

样品 Y 的结构比样品 X 的结构要更复杂。样品 Y 在可见光波段 (400-800 nm) 有 4 个透射极小值, 分别对应着布拉格-斯涅耳定律 (公式 2) 中 4 个连续的整数 m 。样品 Y 和样品 X 的折射率相同 $n_Y = n_X$ 。

- C.1** 虽然样品 Y 有 4 个透射极小值, 但在光谱测量中你只能观察到其中 3 个。采用光谱测量 (见 Part A), 定出这 3 个透射极小值所对应的正入射波长 $\lambda_1^{sp}, \lambda_2^{sp}, \lambda_3^{sp}$ 。 0.6pt

对样品 Y 进行激光测量 (见 Part B)。激光测量能让你以更高的精度定出透射极小值所对应的正入射波长。此外, 你还能定出透射光强 (在 part E 中将会用到)。

- C.2** 对红色激光, 测量透射光强 I_{red} 随样品旋转角度 θ 的变化曲线。 0.5pt

- C.3** 对绿色激光, 测量透射光强 I_{green} 随样品旋转角度 θ 的变化曲线。 0.5pt

- C.4** 对蓝色激光, 测量透射光强 I_{blue} 随样品旋转角度 θ 的变化曲线。 0.5pt

- C.5** 利用任务 C.2-C.4 中获得的数据, 定出 4 个透射极小值所对应的正入射波长值。 0.6pt

- C.6** 定出 C.5 任务中 4 个正入射波长所对应的整数 m 。如果需要的话你可以画一幅图。 1.0pt

- C.7** 定出样品 Y 的周期 D_Y (以 nm 为单位)。 0.2pt

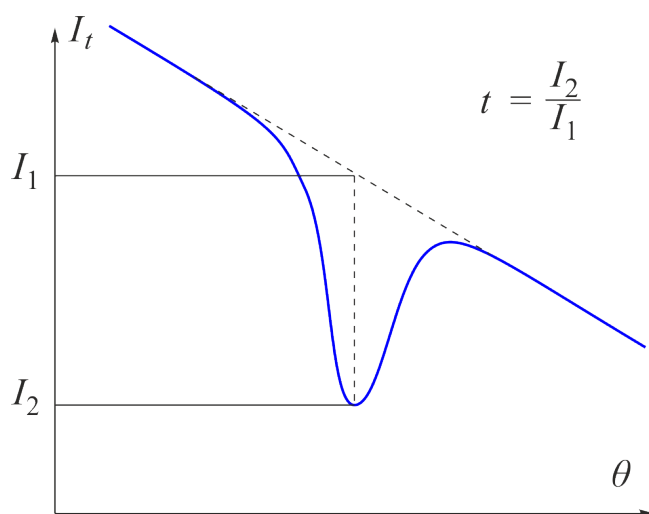


图 15. 利用 $I(\theta)$ 曲线定出 t



- C.8** 定出样品 Y 的 4 个透射极小值所对应的这些 t (图 15)。 0.6pt
这些值将会在 part E 中被用来确定样品 Y 的结构。如果需要的话你可以画图，尽管题目没有要求这么做。



Part D. 样品 Z. 缺失的透射极小 (4.5 分)

布拉格-斯涅耳定律 (公式 2) 决定了在哪些入射角和波长下透射极小能被观察到。 t 取决于样品周期的内在结构。如果样品具有特定的结构, 布拉格-斯涅耳定律所预言的某些透射极小值具有 $t = 1$, 因而不能被观察到。我们称这些透射极小为**缺失的透射极小 (missed transmittance minimums)**。对那些没有缺失的极小, 我们称之为**可见的 (visible)**。

在光谱实验或激光实验中, 如果在布拉格-斯涅耳定律所预言的位置没有看见透射极小, 我们就认为这些极小是缺失的。样品 Y 没有缺失的透射最小。相反, 样品 Z 在可见光波段有 2 个缺失的极小值。这意味着所有可见的透射极小值并不是对应着连续的整数 m 。

样品 X 和样品 Z 的平均折射率相同: $n_Z = n_X$ 。

- | | | |
|------------|---|-------|
| D.1 | 定出样品 Z 的可见的透射极小值所对应的正入射波长 λ_Z . 进行光谱实验和激光实验。利用简图和公式来描述你的实验。 | 1.2pt |
| D.2 | 定出对应可见透射极小值的整数 m . 如果需要的话你可以画一幅图。 | 2.0pt |
| D.3 | 定出样品 Z 的周期 D_Z (以 nm 为单位)。 | 0.3pt |
| D.4 | 定出哪几个透射极小值是缺失的。推导它们在布拉格-斯涅耳定律中的 m' 和正入射波长 λ'_Z 。 | 1.0pt |

Part E. 样品 Y 和 Z. 周期的内部结构. (2.5 分)

布拉格-斯涅耳定律（公式 2）描述了实验中观察到反射极大和透射极小时所对应的角度值和波长值（图 9）。透射值依赖周期的内部结构。

这部分将讨论反射值的简单理论。这里将考虑光的正入射 ($\theta = 0$)，由此情形可将布拉格-斯涅耳定律简化为：

$$2Dn = m\lambda \quad (7)$$

这里 D 为晶体的周期。

在这里的模型中，我们假设光只有从高折射率介质层向低折射率介质层传播时才在界面上反射。模型中的反射界面在图 16 中用箭头标出。

样品 X、Y、Z 都由相同厚度、两种不同的折射率的材料组成，因此，我们将只限于这种特殊情况。

令 d_l 为双介质层的厚度， D 为晶体的周期， δ_j 为周期 (period) 开始位置到反射界面 j 之间的距离。

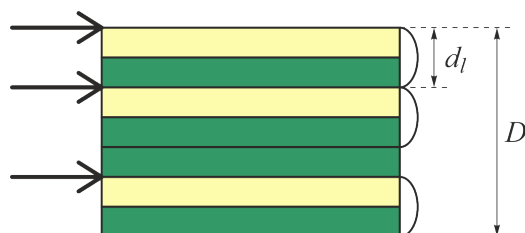


图 16. 现以周期为 D 的样品的结构为例. 深绿色层的折射率大，黄色层的折射率小，每层的厚度均为 $d_l/2$. 这里模型所考虑的反射界面均用箭头标出。

例如，图 16 的晶体结构的周期为 $D = 3.5d_l$ ，到反射界面的距离分别为 $\delta_1 = 0, \delta_2 = d_l, \delta_3 = 2.5d_l$ 。

对于从第 j 层反射的光束，其相位增加值 (phase advance) 为

$$\varphi_{j,m} = 2\pi \frac{2\delta_j n}{\lambda} = 2\pi m \frac{\delta_j}{D} \quad (8)$$

考虑从同一个周期反射的光束的干涉，我们导出对应于布拉格-斯涅耳定律中 m 级反射极大的反射强度：

$$I_{refl,m} \sim \left| \sum_j \exp(i\varphi_{j,m}) \right|^2 \quad (9)$$

这里 i 为虚数单位。

上述模型不是定量正确的。但它反映了多个反射极大的顺序：你可以比较这些极大值，并确定哪个强度更大。如果反射极大较强，相应的透射极小的 t 就较小。如果反射极大足够小，我们就认为这是缺失的透射极小。

在附录中，根据公式 (9) 计算了从 1 到 20 的整数 m 对应的 I_m/I_0 值，并列于表中。 I_0 是根据 (9) 式计算的 $m = 0$ 时的强度，此时，所有反射光束在没有相移的情况下发生干涉，使最大强度成为可能。这里的 I_m/I_0 表示成百分数 (%)。

样品 Y 和 Z 的结构也列于表中。

E.1 将从 C.8 中获得的样品 Y 的透射值与附录表中的结果进行比较。确定样品 Y 的结构。 1.2pt
 把其结构的名称写在答题卡里。

Experiment



APhO
YAKUTSK 2017 RUSSIA

Q1-18

Simplified2 (China)

E.2 确定样品 Z 的结构。把其结构的名称写在答题卡里。

1.3pt

附录

样品 Y 和 Z 的各种可能的结构. 图下方给出了各种结构的名称. 表中的数字是 I_m/I_0 .

m	i5-5	i3-3	i2-1	n-3	n-6	n-9	h5-5	h5-5
1	1	3	11	3	1	0	1	0
2	0	0	33	7	1	0	0	0
3	1	6	11	56	1	0	1	0
4	0	0	33	56	2	0	0	0
5	2	41	11	7	6	1	2	0
6	0	0	100	3	48	1	1	0
7	5	41	11	100	48	2	3	0
8	0	0	33	3	6	5	6	0
9	41	6	11	7	2	45	36	11
10	0	0	33	56	1	45	1	72
11	41	3	11	56	1	5	32	15
12	0	100	100	7	1	2	10	2
13	5	3	11	3	100	1	1	0
14	0	0	33	100	1	1	2	0
15	2	6	11	3	1	0	0	0
16	0	0	33	7	1	0	1	0
17	1	41	11	56	2	0	0	0
18	0	0	100	56	6	0	6	7
19	1	41	11	7	48	100	28	27
20	100	0	33	3	48	0	25	23

$d/d_2 = 1.13$