

热电效应及其在热电发电机和热电制冷器中的应用

引言：热电效应

导热材料中的热电效应是由于热流和电流之间的相互作用产生的。在本题中，我们只考虑了三个主要的热电效应，即焦耳效应、塞贝克效应和珀耳帖效应，忽略了其它效应。

焦耳效应是电子作为载流子与晶格相互作用的结果。在存在电流的情况下载流子做定向移动，将其一部分能量传给晶格振动，结果晶体被加热。焦耳效应是不可逆的。

塞贝克效应可以在由两个不同的导电棒 A 和 B 组成的热电偶中观察到，A 和 B 可以直接连接在一起（图 1a）或者通过中间材料 C 连接在一起（图 1b）。材料 C 是具有非常小的比热容的良好导体。当热电偶的两个连接端维持在不同的温度 T_1 和 T_2 （图 1a, b）时，会产生塞贝克电动势（emf）

$$\epsilon = \alpha(T_1 - T_2) \quad (1)$$

其中 α 是热电偶的塞贝克系数。 α 与温度无关。

塞贝克效应被应用于热电发电机，其可以将热能转化为电能。

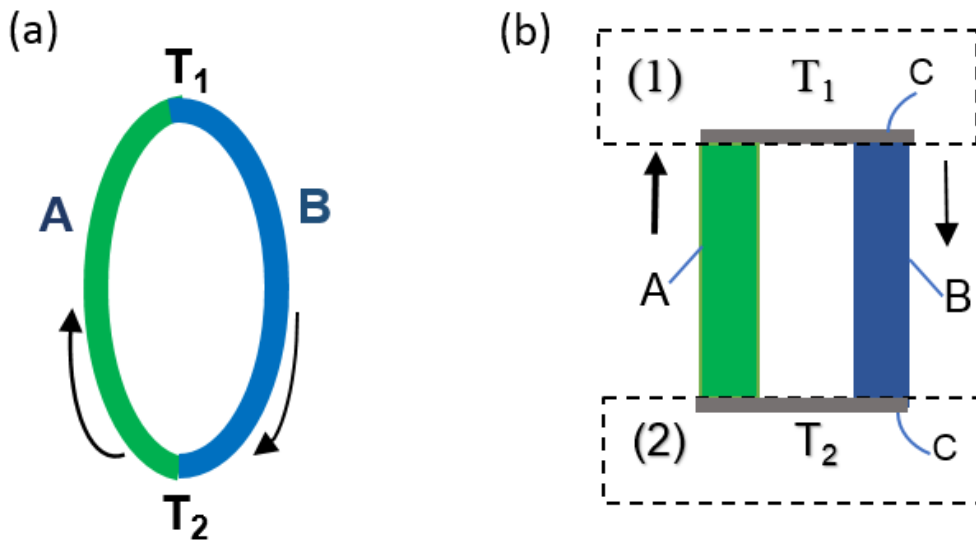


图 1. (a) 直接连接。(b) 通过中间介质 C 连接。(1) 热端（温度为 T_1 ）；(2) 冷端（温度为 T_2 ）

珀耳帖效应

当电流通过由两个不同的导体 A 和导体 B 直接连接（图 2a）或通过中间导体材料 C 连接（图 2b）组成的热电偶时，根据电流方向，两个导体的连接处不是在吸热就是在散热。这就是珀耳帖效应。连接端的珀耳帖热功率 q 的计算公式为：

$$q = \pi I \quad (2)$$

π 是该公式的珀耳帖系数。与不可逆焦耳效应相比，塞贝克效应和珀耳帖效应是可逆的。尽管塞贝克和珀耳帖效应需要温差元件间的连接端，但它们本质上是整体效应。一个具有珀耳帖效应的热电偶的闭环电路（图 2b）

可用作制冷装置，热量从一个隔离连接端传出，然后在另一端放出。

为了简单起见，热能通过周围环境的辐射，对流和传导可以忽略，并且热流局限在热电偶内部以及热端和冷端。

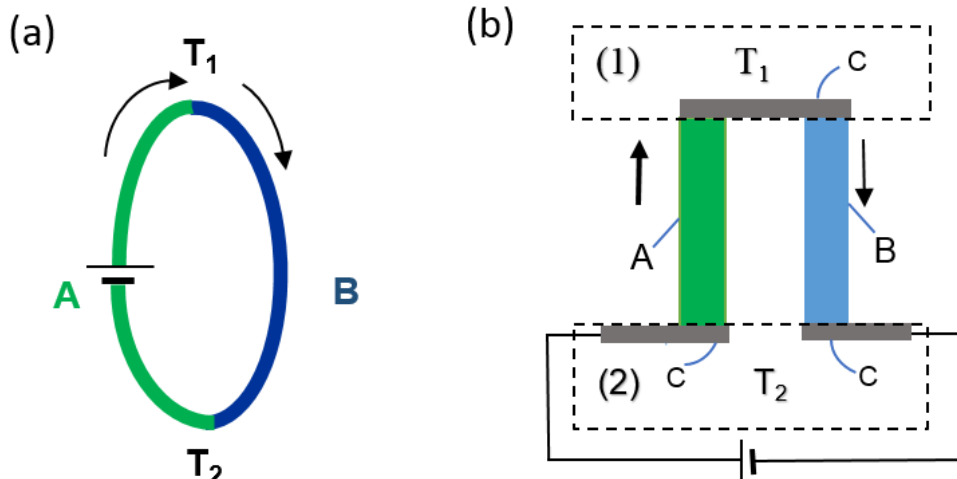


图 2. (a) 直接连接；(b) 通过中间材料 c 连接

表 1 中给出了材料的热学和电学参数和本题中热电偶的数据，以用于数值计算。

名称	材料	电阻率 ρ ($\Omega \cdot \text{m}$)	热导率 k ($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)
A	$\text{Bi}_2\text{Te}_{2.7}\text{Se}_{0.3}$	1.0×10^{-5}	1.4
B	$\text{Bi}_{0.5}\text{Sb}_{1.5}\text{Te}_3$	1.0×10^{-5}	1.4

表 1: 热电偶所用材料参数 (室温条件下)

热电偶 AB	长度 (m)	塞贝克系数 α ($\mu\text{V} \cdot \text{K}^{-1}$)
	0.02	420

表 2: 热电偶参数

热量传输和热电发电机

A1. 在均匀导电棒中的热传输

电流 I (图 3) 沿着长度为 L , 电阻率为 ρ , 热导率为 k 的均匀导电棒流动。棒的两端位于 Ox 轴的 $x = 0$ 和 $x = L$ 处。 $x = 0$ 处的温度为 T_1 , 在 $x = L$ 处的温度为 T_2 ($T_1 > T_2$), 两个温度都保持恒定。

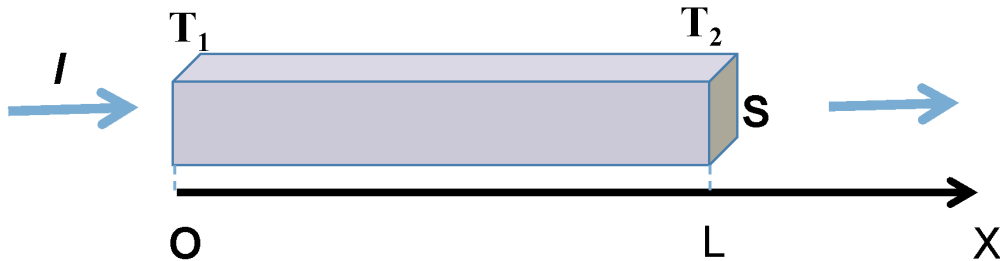


图 3

根据傅里叶定律，棒中的热流 $q(x)$ （单位时间内通过垂直横截面的总的热量）为：

$$q(x) = -kS \frac{dT(x)}{dx} \quad (3)$$

这里 k 是导热系数， S 是棒的横截面积。

A1.1 对棒上的不同的 x ，求出稳态下的温度分布 $T(x)$ 的表达式。假定没有热量散失到环境中。 0.75pt
提示：方程式 $\frac{d^2T(x)}{dx^2} = a$ 的解为： $T(x) = \frac{1}{2}ax^2 + C_1x + C_2$ ，其中 C_1 及 C_2 由边界条件确定。

A1.2 求出热流 $q(x)$ 关于 x 的表达式，并分别给出两端 $q(0)$ ， $q(L)$ 的表达式。 1.0pt

A2. 珀耳帖与塞贝克系数之间的关系

在所有温度范围内，珀耳帖和塞贝克系数之间的关系可用热力学证明。当热电偶由导电材料 A 和 B（图 1b）制成并具有塞贝克系数 α 和足够小的电阻率时，可以忽略焦耳效应，我们利用这种特殊情况来推导珀耳帖系数和塞贝克系数间的关系。在热端（温度 T_1 ）和冷端（温度 T_2 ）的珀耳帖系数分别为 π_1 和 π_2 。在电学过程中，热电偶中的电子气体将进行一个理想的热力学卡诺循环。

A2.1 求出电子气体从热端吸收热量的表达式，热端温度为 T_1 0.25pt

A2.2 求出通过电子气体传输给冷端的热量表达式，冷端温度为 T_2 0.25pt

A2.3 求出电子气体在一个循环中的提供的功率，已知塞贝克系数为 α 0.5pt

A2.4 求出连接端处的珀耳帖系数表达式，用该连接端的塞贝克系数 α 和其温度 T 表示。 0.5pt

A3. 热电发电机

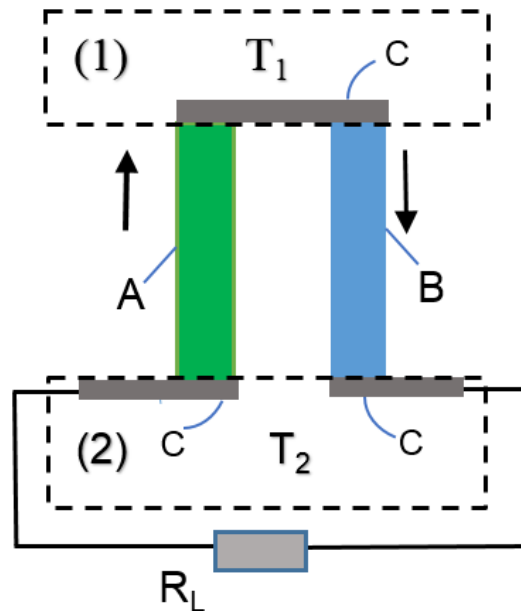


Figure 4. 热电发电机。(1) 热源 (温度 T_1); (2) 冷端 (温度 T_2)

后文中，珀耳贴系数 π 在所有温度下都被认为等于 αT ，而且必须考虑焦耳热。

利用长度都为 L 的两个导电棒组成的热电偶被用作热电发电机 (图 4)，导电棒 A 和 B 的参数为：横截面积 S_A ， S_B ；电阻率 ρ_A ， ρ_B ；热导率 k_A ， k_B 。导电棒 A 和 B 的下端连接到一个负载电阻 R_L 上。

热电偶参数为： α 是塞贝克系数， $R = \frac{\rho_A L}{S_A} + \frac{\rho_B L}{S_B}$ 是内电阻， $K = \frac{k_A S_A}{L} + \frac{k_B S_B}{L}$ 是热导率。热电偶的上热端保持在温度 T_1 ，下冷端保持在温度 T_2 ， $T_1 > T_2$ 。用 q_1 表示从热端获取的热功率，其温度为 T_1 ， q_2 表示传到冷端的热功率，其温度为 T_2 。

A3.1 给出 q_1 ， q_2 的表达式，用电偶参数 α ， K ， R ，温度 T_1 ， T_2 和电流 I 表示。

0.5pt

热电发电机的效率定义为 $\eta = \frac{P_L}{q_1}$ ，其中 P_L 是负载的电功率。热电偶的负载电阻和内电阻之比表示为 $m = \frac{R_L}{R}$ 。

A3.2 求出热电发电机效率 η 的表达式，用电偶参数 α ， K ， R ，温度 T_1 ， T_2 和电阻比 m 表示。

0.75pt

为了获得热电发电机的效率，需要热电偶的以下特性：低电阻以减小焦耳热，低热导率以保持连接处的热量，并保持大的温度梯度。这三个属性被放在一个量 $Z = \frac{\alpha^2}{KR}$ 中，被称为热电偶的品质因数。

A3.3 求出效率的表达式，用 Z ，理想的卡诺循环效率 $\eta_c = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ ， T_1 和 m 表示。

0.25pt

A4. 最大效率

若输出至负载的电功率为最大，即 $P_L = P_{\max}$ ，此时热电偶的效率为 η_P 。



A4.1 求 η_P 之表达式, 用品质因数 Z, T_1, T_2 表示。

0.25pt

当电阻比 m 取为某个值 M 时, 热电偶效率达到最大值 $\eta = \eta_{\max}$

A4.2 求 M 的表达式, 用 T_1, T_2 和 Z 表示。

0.75pt

A4.3 求最大效率 η_{\max} 的表达式, 用 T_1, T_2, Z 和 M 表示。

0.25pt

A5. 最大品质因数

增加热电偶之品质因数可以提高热电发电机之效率。实际应用中, 适当地选择热电偶两金属棒的截面积 S_A, S_B 可让品质因数达到最大值 $Z = Z_m$

A5.1 推导出当热电偶品质因数最大时, 两金属棒之截面积比值 $\frac{S_A}{S_B}$ 的表达式, 用 ρ_A, ρ_B, k_A, k_B 表示。

0.5pt

A5.2 求最大品质因数 Z_m 的表达式, 用 $\alpha, \rho_A, \rho_B, k_A, k_B$ 表示。

0.25pt

A6. 最优效率

当负载消耗的电功率与品质因数皆达到最大时, 这时热电发电机的效率称为最优效率 η_{opt} 。设热端与冷端的温度分别保持在 $T_1 = 423K, T_2 = 303K$

A6.1 由表 1 所列参数的材料所制成的热电发电机, 计算 η_{opt} 的数值并与理想效率 η_c 比较。

0.5pt

A6.2 对上述材料所制的热电发电机, 计算最大效率 η_{\max} 的数值。

0.25pt

B. 热电冰箱

热电偶所制的热电冰箱, 示意图见图 5。热电偶的参数 α, K, R 同 A3 小题。

B1. 冷却功率与最大温度差

热电偶顶端为热端, 其起始温度为 T_1 。它与周围环境隔绝, 需要被冷却。在热电偶底端, A, B 金属棒与一电池相连, 位于温度维持在 T_2 的冷端。电流的取向是使得珀耳帖效应造成的热量由顶部热端吸收, 再由冷端释放。

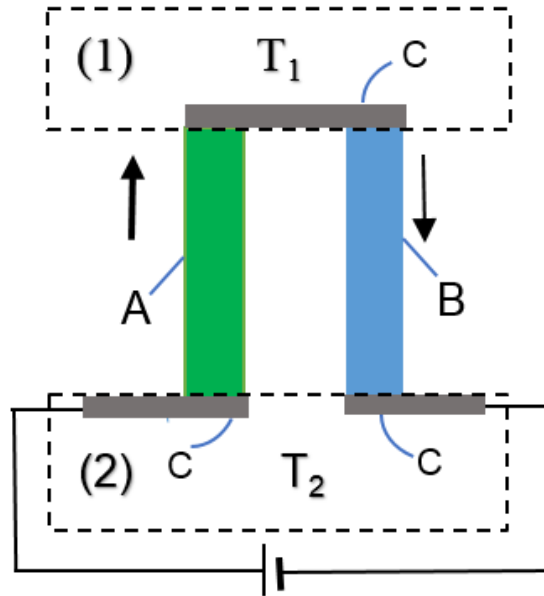


图 5. 热电冰箱 (1) 孤立热源 (温度 T_1); (2) 冷端 (温度 T_2)

B1.1 试求冷却功率 q_C (即由热端流入热电偶金属棒中的热流) 表达式, 用热电偶的参数 α, K, R 和 T_1, T_2, I 表示。 0.25pt

B1.2 求最大温度差 $\Delta T_{\max} = T_2 - T_{1\min}$ 的表达式, 用热电偶品质因数 Z 及孤立热源的最高温度 $T_{1\min}$ 表示。 0.5pt

B2. 工作电流

使用本题 A 部分中材料 A 和 B 制造的热电偶, 当达到其最大品质因数 Z_m 时, 可用做热电冰箱。

B2.1 若冷端温度为 $T_2 = 300K$ 时, 计算孤立热端能达到的最低温度 $T_{1\min}$ 的值。 0.25pt

B2.2 当热端达到其最低温度 $T_{1\min}$ 而冷端温度为 $T_2 = 300K$ 时, 计算出热电冰箱的工作电流强度 I_w 的值, 为了简化计算, 取两根金属棒截面积相等, 且为 $S_A = S_B = 10^{-4}m^2$ 0.5pt

B3. 性能系数

当温度差小于最大值 ΔT_{\max} 时, 通常以性能系数 β 表示热电冰箱的性能: $\beta = \frac{q_C}{P}$, 此处 P 为所提供的电功率。

B3.1 推导出性能系数 β 的表达式, 用热电偶的参数 α, K, R 和 T_1, T_2, I 表示。 0.5pt

当性能系数达到其最大值 β_{\max} 时, 电流强度为 I_β

B3.2 求出 I_β 的表达式, 用热电偶的参数 α, Z, R 和温度 T_1, T_2 表示。 0.25pt



B3.3 求出最大性能系数 β_{\max} 的表达式。

0.25pt