

用激光偏转法来测定折射率梯度和盐溶液的扩散系数

I. 简介

扩散是指原子或分子通过随机行走达到热力学平衡的过程。例如，在一个盒子里有水和盐水的混合，则盐分子会从高盐密度区域向低盐密度区域流动，形成一个扩散流。扩散速率由扩散系数 D 来表征。扩散在很多过程中有重要作用，从生物化学到天文物理都有应用。在以下的实验问题中，要研究的是盐分子的扩散。盐分子将从盐溶液向蒸馏水扩散，形成一个盐密度连续变化的过渡层。而此溶液的折射率与盐密度有关。因此，我们可以通过激光光束偏转的光学实验来研究扩散过程。

II. 目标

1. 通过测量折射率梯度，来定出盐水溶液中的扩散系数。
2. 定出扩散系数随着盐溶液浓度的变化率。

III. 器材清单

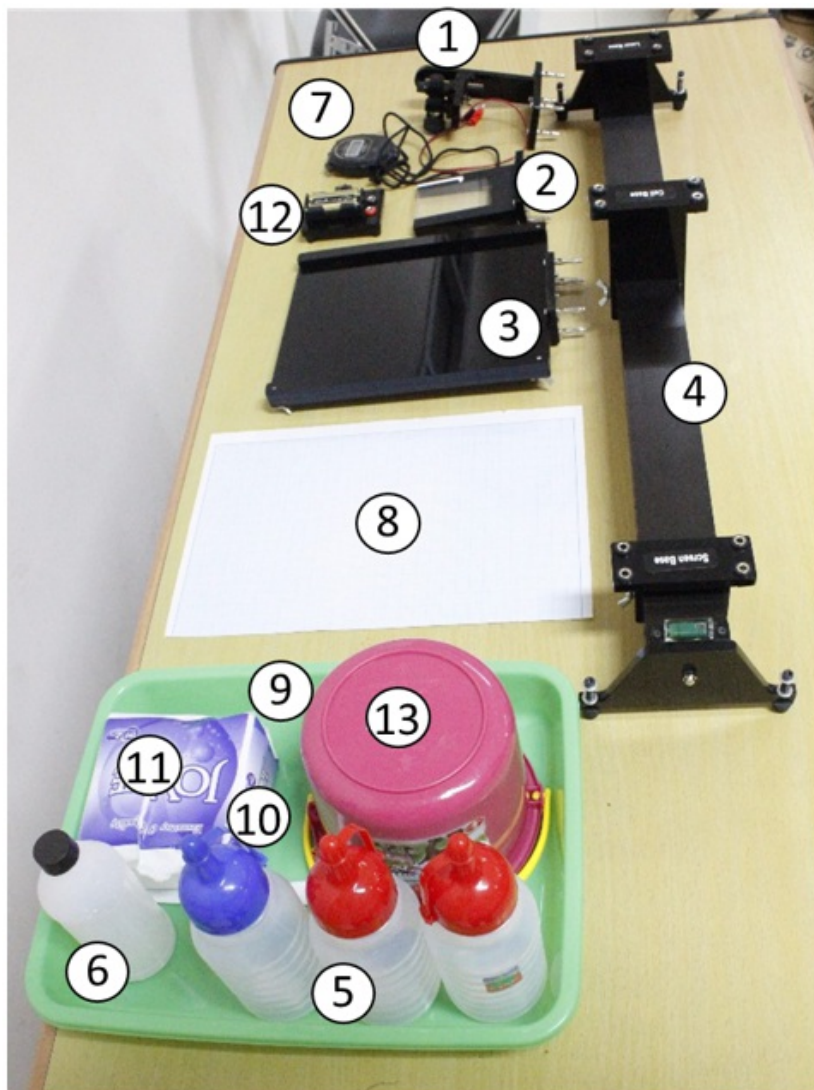


图 1. 实验所需器材.

1. 线光源激光模块(二极管激光, 波长 $\lambda = 632 \text{ nm}$, 和圆柱形透镜组)
2. 扩散盒 (6.5 cm x 0.8 cm x 6.5 cm, 带有支架)
3. 带有支架的屏幕
4. 有长度刻度的光学导轨
5. 不同浓度的盐-水溶液
6. 蒸馏水(Aquadest)
7. 秒表
8. 坐标纸 (毫米格子)
9. 吸管

Experiment

People's Republic of China

E1

10. 刀 + 纸巾 清洁时结合使用
11. 纸巾
12. 电池
13. 装废盐水的垃圾桶

图2 给出了实验装置的示意图.

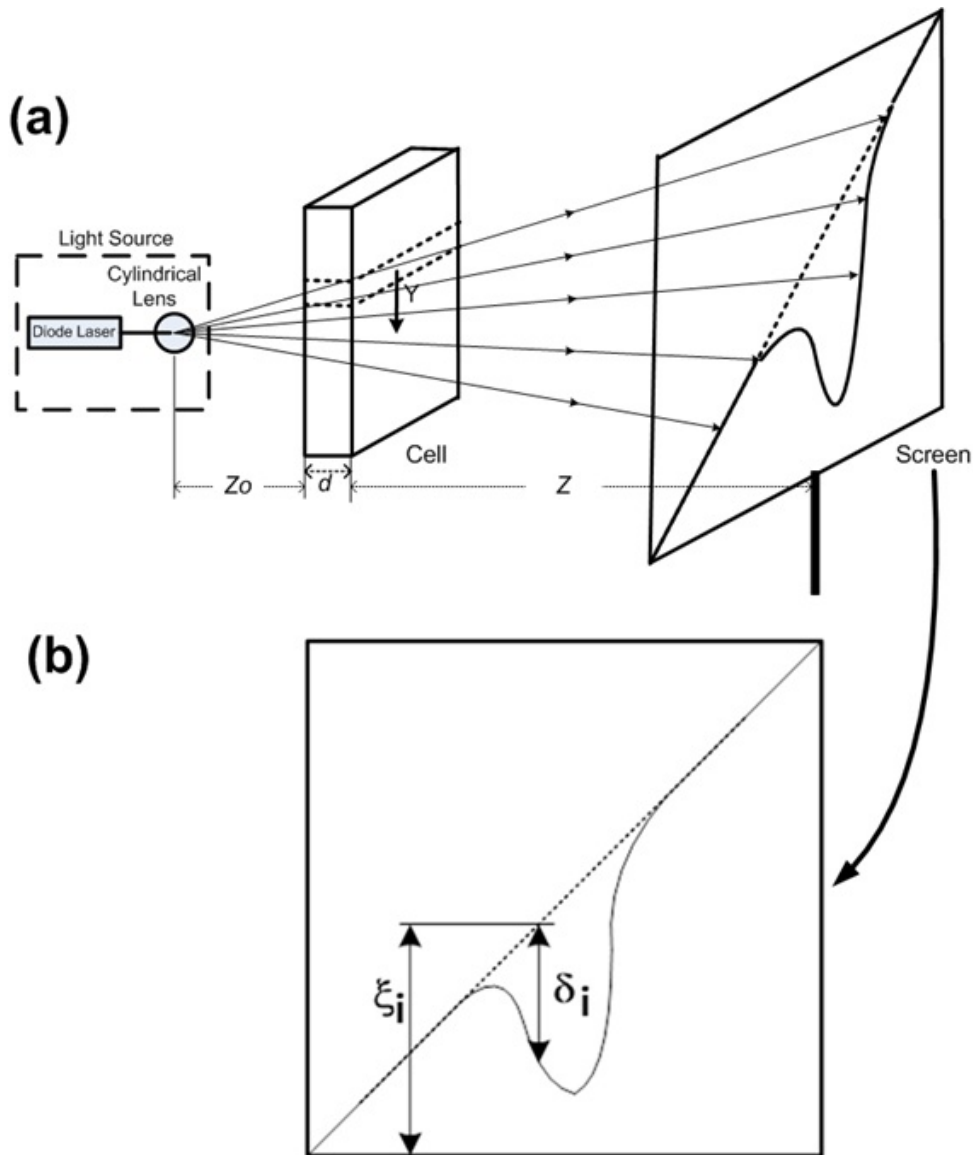


图 2. (a) 实验示意图, 扩散盒中蒸馏水(aquadest)在盐水溶液之上. (b) 典型的偏转图像, 当溶液1和溶液2之间有扩散时, 出现在屏幕上的偏转激光形成的图像.

为了得到流体中折射率梯度随竖直位置变化的函数关系, 我们必须建立起屏幕上竖直位置(ξ)和扩散盒中竖直高度(Y)之间的关系, 以及光线竖直偏转(δ)和折射率梯度(dn/dY)之间的关系. 从实验装置中的几何关系(见图2)我们有:

$$Y_i = \frac{\xi_i Z_0}{Z_0 + d + Z} \quad (1)$$

这里 Z , Z_0 和 d 分别是图2(a)中标出的光源模块与扩散盒之间的距离, 扩散盒与屏幕之间的距离, 以及扩散盒的厚度. 为了定出 Z_0 , 请注意激光模块上有条线标出了圆柱透镜组所在的位置.

扩散盒厚度 (d) 和折射率梯度都足够小, 使得折射角 α 对应的光线, 在扩散盒内, 竖直方向上的位移可以忽略. 在此限制下, 每条光线在扩散盒内几乎是在同一高度传播, 并且被此高度对应的单一折射率梯度偏转.

由此可以得到如下关系:

$$\left(\frac{dn}{dY}\right)_i = \frac{\delta}{Zd} \quad (2)$$

测量步骤:

- 为了得到偏转激光在屏幕上的图像(如图2b), 你必须将图1所示的实验组件按图2(a)的示意图组装.
- 确保激光打开, 并且激光垂直入射到扩散盒上时, 在屏幕上的投影有对角线的形状. 为了得到一条明亮并且聚焦的线, 你可以调整 Z 、 Z_0 和激光的焦距 (可以旋转激光器的后部). 你也可以通过整体旋转激光器(需拧松激光器上方的螺丝)来调整对角线在屏幕上的方向. 在没有水和盐溶液时, 你会看到直的对角激光线.
- 当两种不同的溶液被混合时, 屏幕上将会出现偏转激光的图样. 请确认: 你先把盐溶液倒入扩散盒, 直达到盒上标出的白线为止, 用吸管将大约40滴水, 从扩散盒侧边的管道中慢慢地滴入扩散盒. 然后, 你可以开启秒表以测量这两种溶液扩散的时间. 如果 Z , Z_0 和激光高度都已经优化, 则偏转的激光在屏上的图像将居中、清晰, 并且图像下凸部分的深度会尽可能的大. 为了使测量误差最小, 你需要找到这个最优的实验条件.
- 30分钟后, 你可以将毫米坐标纸附在屏上, 并用铅笔在毫米坐标纸上画出激光的投影图像. 注意: 本实验要求在3个不同的盐溶液浓度 (即 $C_0 = 23 \text{ g}/150 \text{ ml}$, $C_0 = 28 \text{ g}/150 \text{ ml}$ 和 $C_0 = 33 \text{ g}/150 \text{ ml}$) 下进行测量, 因此你需要经常更换毫米坐标纸. 毫米坐标纸应该被插入屏幕, 你可以通过转动屏幕的几个角上的螺丝, 以使纸被夹紧或放松.
- 请务必确认在毫米坐标纸上写下你的学生号码, 以及测量时你使用的溶液浓度.

IV. 实验和任务

A: 测量盐水溶液的折射率的梯度 (4.5 points)

以下所有实验, 三种盐浓度溶液都需要做. 请注意不需要误差计算.

A.1	操作实验以得到偏转激光在屏上的图像。经过30分钟的扩散时间 (t)后, 用铅笔在附在屏上的毫米坐标纸上, 画出激光形成的图像。	1.2 pt.
A.2	根据扩散时间(t)为30分钟的, 画在毫米坐标纸上的激光图像, 测量 Z, d, Z_0, ξ_i 和 δ_i ($i = 1, \dots, 20$, 是对应不同水平位置的数据点). 参数 Z, d, Z_0, ξ_i 和 δ_i 以cm为单位. 请注意 Z, d 和 Z_0 对所有的测量都是相同的. 在表1中记录结果.	1.5 pt.
A.3	根据扩散时间(t)为30分钟的实验结果, 计算 Y_i 和 $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ ($i = 1, \dots, 20$, 是数据点). 请注意 Z, d 和 Z_0 对所有的测量都取相同值. 在表2中记录结果. 对 $t = 30$ 分钟的情况, 画出 $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ 对 Y_i 的图.	1.5 pt.
A.4	根据“A3”得到的 $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ 的最大值, 确定其相应的 Y_i 值, 并把这个 Y_i 值记为 h .	0.3 pt.

B: 确定扩散系数 (4.2 points)

在问题A.3里得到到曲线可以用下面的两个方程拟合.

$$\left(\frac{dn}{dY}\right)_i = \left(\frac{dn}{dc}\right) \left(\frac{dc}{dY}\right)_i \quad (3)$$

$$\left(\frac{dc}{dY}\right)_i \approx \frac{C_0}{2\sqrt{\pi Dt}} e^{-\frac{(h-Y_i)^2}{4Dt}} \quad (4)$$

这里 C_0, D, t, h 分别表示盐溶液的初始浓度、扩散系数、扩散持续时间、折射率梯度 (dn/dY) 取最大值时的 Y_i 值. 请注意 (dn/dc) 是常数. 由公式 (3) 和 (4) 可得 $(dn/dY)_i$ 和 Y_i 之间的线性关系, 由此可得扩散系数.

B.1	根据公式(3,4)找到特定的函数形式 $f\left(\frac{dn}{dY}\right)$ 和 $g(Y)$, 使得 $f\left(\frac{dn}{dY}\right)$ 和 $g(Y)$ 之间的依赖关系是线性的.	0.9 pt.
B.2	做表 (即答题卡中的表3), 表中包含若干数据点、横坐标轴、反映线性方程的纵坐标轴 (B1中的线性方程, 数据点从任务A得到). 据此表作图.	1.8 pt.
B.3	对于 $t = 30$ 分钟的这些结果, 根据B2中数据点画出的线性图, 定出对应的扩散系数 D . 请注意线性依赖关系也许只对你部分区间中的数据成立.	1.5 pt.

Experiment

People's Republic of China

E1

C. 非线性扩散 (1.3 points)

C.1	以上分析要假设 D 不依赖于 C 。如果这个假设不成立，就有所谓的非线性扩散。然而，在 $\frac{dn}{dy}$ 最大处，我们可以将其考虑为普通扩散，只是扩散系数依赖于对应的浓度值。利用问题B部分中的数据，用作图的方法确定扩散系数随盐溶液浓度的变化率。	1.3 pt.
-----	---	---------