

第 37 届全国中学生物理竞赛决赛实验试题

实验题一 单摆法测定重力加速度和待测金属球材料的电导率

竞赛日期：2020 年 10 月 25 日 时间：90 分钟

【本页为竞赛试题页，需要循环使用，请不要书写任何内容或任何标记】

【实验题目】（60 分）

根据下列给定的实验器材和内容，设计单摆实验，测定当地的重力加速度和待测金属球材料的电导率。

【实验器材】

1. 单摆装置一套：包括一个半径为 90cm 的测角仪，量程为 $-5.5^\circ \sim +5.5^\circ$ ，分度值为 0.1° 。
2. 带摆线的铝球一个（质量 $m=11.346\text{g}$ 、电导率 $\sigma=3.767 \times 10^7 \text{ S/m}$ ）；带摆线的待测金属球一个（质量 $m=35.112\text{g}$ ）。
3. 螺旋测微器一把、卷尺一个，多通道计时秒表一个（使用方法详见“秒表使用说明书”）。
4. 钕铁硼永磁铁一块。**注意：磁铁为易碎物品，使用中请勿掉落地面。**
5. 秒表盒一个、泡沫板几块和扑克一副（可用于垫高磁铁）。
6. 一次性口罩一个。

【实验注意事项】

- 1、摆球的悬线较细，测量过程中不能用力拉扯摆线。
- 2、摆球与悬线使用胶粘合，使用过程中不能人为拉扯，轻拿轻放，人为情况导致的球线分离不能更换摆球。
- 3、不得在摆线等仪器上做任何标记。
- 4、使用钕铁硼永磁铁时，请小心轻放，以免损坏，影响后续实验测量。
- 5、实验结束，必须将仪器设备整理为初始状态。
- 6、实验过程中全程高清视频监控，任何恶意损坏实验仪器等不当行为将每次扣 15 分。
- 7、测量过程中请佩戴口罩，空气的流动对测量结果有影响。

【基础知识】

1、线性阻尼振动

把一个金属小球拴在一根细长的线上，当细线质量远小于小球质量，小球的直径远小于细线的长度时，此装置可以看作是一单摆。略去空气的浮力以及摆线的伸长量，且当摆角较小时（小于等于 5° ），可以认为单摆的运动是简谐振动。较长时间观察单摆的运动就会发现，单摆的摆幅随着时间衰减，这是空气阻力在起作用。当小球摆动的速度很小时，空气阻力近似与摆动速度成线性关系，小球的运动称为线性阻尼振动，它的运动方程为 $\ddot{\theta} + 2\beta\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ ，且有一般解 $\theta = \theta_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$ ，其中 θ 为摆角， β 为阻尼系数， ω_0 为无阻尼简谐振动的固有角频率。线性阻尼振动的角频率 ω 与简谐振动的角频率 ω_0 之间满足 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ 。

2、运动金属球在梯度磁场中受到的阻尼力

梯度磁场指的是空间变化率（梯度）不为零的磁场。金属球在这样的磁场中运动时会在其内部产生涡旋电流，因此会受到外磁场的作用。这个作用总是与金属球的运动方向相反，称之为磁阻尼力。金属球在梯

度磁场中运动时受到的磁阻尼力与金属球的电导率有关。如果金属球在一个梯度为 G （常数）的磁场中运动，磁阻尼力可以表达成： $F = \frac{2\pi\sigma}{15}G^2r^5v$ ，其中 r 是金属球的半径， v 为金属球的运动速度， σ 为金属球材料的电导率。

【实验内容及要求】

实验内容：

- 1、使用铝球做为单摆摆球，准确测量长沙的重力加速度 g 。（19 分）
 - （1）选择合适的测量工具，多次测量铝球的直径 d 、单摆摆线的长度 l_1 ，列出实验数据，求出平均值，并计算各物理量的不确定度。
 - （2）设计合理的实验方案，观测铝球在线性空气阻尼作用下，摆幅随时间的变化，记录实验数据，计算周期 T ；根据线性阻尼振动方程一般解的形式，拟合计算空气阻尼系数 β_1 ，分别估算两者的不确定度。
 - （3）根据测量结果，利用阻尼振动周期的公式计算重力加速度 g ，并估算其不确定度。
- 2、测定铝球在磁阻尼作用下做单摆运动的阻尼系数。（9 分）
 - （1）在摆球静止时，钕铁硼磁铁应放置在摆球质心的正下方 2.5cm-3.0cm 处，观测铝球在磁阻尼作用下，摆幅随时间的变化，记录实验数据。
 - （2）根据实验数据拟合计算出此条件下单摆的阻尼系数 β_2 ，并估算其不确定度。
- 3、测量待测金属球材料的电导率（32 分）
 - （1）选择合适的摆长，分别在有、无磁铁条件下，观测待测金属球单摆摆幅随时间的变化，并记录实验数据。
 - （2）根据上述测量结果分别计算出未知金属球在有、无磁铁时的阻尼系数 β_3 和 β_4 ，并估算这两个阻尼系数的不确定度。
 - （3）根据上述实验测量结果以及磁阻尼力公式： $F = \frac{2\pi\sigma}{15}G^2r^5v$ ，推导出待测金属球材料电导率的计算公式，根据实验数据求出待测金属球材料的电导率 σ ，并估算其不确定度。

实验要求：

- 1、请学生自行调整测角仪（半径为 90cm）到合适的位置进行实验数据的测量。
- 2、写出实验原理、操作要点，列出实验数据，根据实验内容保留必要的数据处理过程。

实验题一 评分标准

1、使用铝球做单摆摆球，准确测量当地的重力加速度 g (19 分)

(1) 8 分

实验操作要点: 1 分

- ①让铝球做小角度(小于 5°) 摆动, 当摆球摆动到最低点时, 使用多通道计时器记录摆球摆动 30 次的所有的的时间 30T。
- ②铝球拉至摆角大于 5° 时释放, 当摆球角度达到 5° 时开始记录实验数据。

实验数据记录 6 分

螺旋测微器零点误差: $d_0=0.002\text{mm}$

次数	1	2	3	4	5	6	平均
30T 时间(s)	59.03	59.1	59.07	59.06	59.08	59.03	59.06
摆线 l_1 (mm)	950.1	950.2	950.0	949.9	949.8	950.0	950.0
铝球直径 $d-d_0$ (mm)	20.002	20.000	19.999	20.004	19.998	19.998	20.000

实验数据处理 1 分

根据算术平均值的不确定度公式 $\delta_{\bar{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (N_i - \bar{N})^2}{n(n-1)}}$ 求解各测量物理量的不确定度得:

$$\delta_{\bar{30T}} = 0.014\text{s};$$

$$\delta_{\bar{l}_1} = 0.1\text{mm};$$

$$\delta_{\bar{d}} = 0.001\text{mm};$$

$$\delta_l = \sqrt{\delta_{\bar{l}_1}^2 + \left(\frac{\delta_{\bar{d}}}{2}\right)^2} = 0.1\text{mm}$$

$$l = l_1 + \frac{d}{2} = 96.00\text{cm}$$

则摆长为: $l = (96.00 \pm 0.01)\text{cm}$

评分:

- 1) 实验操作要点 1 分: 每一点各占 0.5 分;
- 2) 数据记录 6 分: 周期、摆线、小球直径各占 2 分。6 组以上数据 6 分; 3-5 组计 3 分; 少于 3 组计 1.5 分; 没有螺旋测微器的零点误差扣 1 分。实验数据或结果无单位扣 1 分, 有一处有效数字不正确扣 1 分, 超过两处有效数字错误则数据部分计 0 分;
- 3) 不确定度的计算 1 分: 计算结果无单位扣 1 分。只有实验结果, 无对应的实验数据或者实验数据与结果不相关的计零分。

(2) 8 分

实验数据记录和处理

铝球在空气阻尼作用下, 摆幅随时间的变化数据 6 分

周期数	时间(s)	角度($^\circ$)	角度($^\circ$)	角度($^\circ$)	角度($^\circ$)	角度($^\circ$)
0	0.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
10	19.67	4.66	4.67	4.66	4.68	4.67
20	39.34	4.34	4.35	4.33	4.36	4.33
30	59.03	4.03	4.05	4.04	4.05	4.03

40	78.71	3.78	3.79	3.79	3.79	3.78
50	98.41	3.57	3.56	3.55	3.56	3.57
60	118.13	3.33	3.33	3.34	3.35	3.33
70	137.79	3.14	3.15	3.14	3.16	3.14
80	157.42	2.98	2.99	2.99	2.99	2.98
90	177.20	2.78	2.81	2.79	2.82	2.78
100	196.84	2.66	2.67	2.65	2.68	2.66
110	216.57	2.49	2.51	2.50	2.51	2.49
120	236.23	2.38	2.39	2.39	2.4	2.38
130	255.95	2.24	2.25	2.25	2.25	2.24
140	275.65	2.14	2.13	2.13	2.13	2.14
150	295.31	2.00	2.01	2.01	2.01	2.00
160	314.97	1.93	1.93	1.92	1.93	1.93
170	334.69	1.82	1.83	1.82	1.82	1.82
180	354.30	1.74	1.73	1.74	1.74	1.74
190	374.03	1.66	1.65	1.65	1.65	1.66
200	393.80	1.59	1.58	1.59	1.59	1.59
210	413.41	1.50	1.50	1.51	1.50	1.50

阻尼系数求解： 2分

方法一：多组数据拟合

使用公式 $\theta = \theta_0 e^{-\beta t}$ 进行拟合得到阻尼系数 β_1 如下：

铝球	1	2	3	4	5	平均
拟合 β_1 (s ⁻¹)	0.004116	0.004024	0.004088	0.004001	0.004123	0.004070

$$\text{不确定度: } \delta_{\beta_1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (\beta_i - \bar{\beta})^2}{5(5-1)}} = 2.46 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\beta_1 = (4.07 \pm 0.03) \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

方法二：单组数据拟合

使用公式 $\ln \theta = \ln \theta_0 - \beta t$ 拟合可以得到阻尼系数： $\beta_1 = 0.00287 \text{ s}^{-1}$

$$\text{不确定度 } \sigma_{\beta_1} = \beta_1 \sqrt{\frac{\frac{1}{t^2} - 1}{n-2}} = 4 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\beta_1 = (2.87 \pm 0.04) \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

评分：

1) 实验数据 6分：

三组及以上实验数据并且单组实验数据大于等于 11 个数据点计 6 分，少于 3 组数据或者单组只有 8-10 个数据点计 3 分，单组数据少于 8 个数据点计 0 分。实验数据或结果无单位扣 1 分，有一处有效数字不正确扣 1 分，超过两处有效数字错误则数据部分计 0 分；（多组数据线性拟合评分标准一致）

或者单组实验数据测量角度衰减范围大于 3 度并且单组实验数据大于等于 11 个数据点计 6 分，单组及实验数据测量角度衰减角度范围在 2-3 度或者单组只有 8-10 个数据点计 3 分，单组数据少于 8 个数据点计 0 分。实验数据或结果无单位扣 1 分，有一处有效数字不正确扣 1 分，超过两处有效数字错误则数据部分计 0 分；

2) 拟合出阻尼系数 β_1 1分：

拟合出三组及以上阻尼系数 β_1 、求出平均值并计算出不确定度计 2 分，少于三组拟合结果的减半计分；或者满足单组实验数据测量要求拟合出阻尼系数 β_1 并计算出其不确定度计 2 分，计算结果无单位扣 1 分。只有实验结果，无对应的实验数据或者实验数据与结果不相关的计零分。

(3) 求重力加速度 3 分

根据 $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$; $\omega_0^2 = \frac{g_0}{l}$

可得 $g_0 = l \left(\frac{4\pi^2}{T^2} + \beta^2 \right)$ 1 分

根据测量和计算结果，将数值代入公式

$g_0 = 9.7782 \text{ m/s}^2$

由不确定度传递公式得：

$\frac{\delta_{g_0}}{g_0} = \sqrt{\left(\frac{\delta_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{2\delta_{30T}}{30T}\right)^2 + \left(\frac{2\delta_{\beta_1}}{\beta_1}\right)^2} = 0.001$ (或者 $\delta_{g_0} = g_0 \times \frac{\delta_{g_0}}{g_0} = 0.01 \text{ m/s}^2$)

得： $g_0 = (9.78 \pm 0.01) \text{ m/s}^2$ 2 分

评分：

1) 重力加速度的公式 1 分；

2) 实验结果 2 分：重力加速度为 9.78 m/s² - 9.80 m/s² (含不确定度的结果) 2 分；9.69 m/s² - 9.77 m/s² 或者 9.81 m/s² - 9.89 m/s² (含不确定度的结果) 1 分；实验结果无单位扣 1 分；计算过程无不确定度的求解公式扣 1 分。只有实验结果，无对应的实验数据或者实验数据与结果不相关的计零分。

2、测定铝球在磁阻尼作用下做单摆运动的阻尼系数。(9 分)

(1) 7 分

操作要点： 1 分

- ① 不改变第一问铝球做单摆运动的条件，待铝球静止时，将钕铁硼方形磁铁放置于铝球质心正下方 2.5cm-3.0cm 处。
- ② 将铝球拉至摆角大于 5° 时释放，使得摆球正好从磁铁的正中心摆过，当摆球角度达到 5° 时开始记录实验数据。

实验数据： 6 分

铝球在空气阻尼和磁阻尼的作用下，摆幅随时间的变化数据

周期数	时间 (s)	角度(°)	角度(°)	角度(°)	角度(°)	角度(°)
0	0.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
5	9.83	4.58	4.60	4.58	4.58	4.60
10	19.68	4.18	4.19	4.19	4.18	4.18
15	29.52	3.79	3.82	3.81	3.82	3.81
20	39.36	3.49	3.48	3.49	3.48	3.49
25	49.16	3.11	3.14	3.10	3.12	3.10
30	58.97	2.79	2.81	2.80	2.81	2.80
35	68.88	2.49	2.51	2.49	2.5	2.49
40	78.71	2.11	2.12	2.11	2.12	2.11
45	88.48	1.95	1.98	1.96	1.98	1.95
50	98.35	1.70	1.72	1.70	1.72	1.70
55	108.23	1.49	1.50	1.50	1.50	1.49

评分:

1) 实验操作要点 1分;

2) 实验数据 6分:

三组及以上实验数据并且单组实验数据大于等于 11 个数据点计 6 分,少于 3 组数据或者单组只有 8-10 个数据点计 3 分,单组数据少于 8 个数据点计 0 分。实验数据或结果无单位扣 1 分,有一处有效数字不正确扣 1 分,超过两处有效数字错误则数据部分计 0 分:

或者单组实验数据测量角度衰减范围大于 3 度并且单组实验数据大于等于 11 个数据点计 6 分,单组及实验数据测量角度衰减角度范围在 2-3 度或者单组只有 8-10 个数据点计 3 分,单组数据少于 8 个数据点计 0 分。实验数据或结果无单位扣 1 分,有一处有效数字不正确扣 1 分,超过两处有效数字错误则数据部分计 0 分

(2) 阻尼系数求解: 2分

方法一: 多组实验数据拟合 2分

同理使用公式 $\theta = \theta_0 e^{-\beta t}$ 进行拟合, 得铝球在磁场中摆动的磁阻阻尼系数 β_2 :

铝球	1	2	3	4	5	平均
拟合 β_2 (s^{-1})	0.006207	0.006048	0.006224	0.006145	0.006202	0.006165

不确定度: $\delta_{\beta_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (\beta_i - \bar{\beta})^2}{5(5-1)}} = 3 \times 10^{-5} s^{-1}$

$$\beta_2 = (6.165 \pm 0.03) \times 10^{-3} s^{-1}$$

方法二: 单组实验数据拟合 2分

使用公式 $\ln \theta = \ln \theta_0 - \beta t$ 拟合可以得到阻尼系数: $\beta_1 = 0.0111 s^{-1}$

$$\text{不确定度 } \sigma_{\beta_2} = \beta_2 \sqrt{\frac{\frac{1}{t^2} - 1}{n-2}} = 3 \times 10^{-4} s^{-1}$$

$$\beta_2 = (1.11 \pm 0.03) \times 10^{-2} s^{-1}$$

评分:

拟合出三组及以上阻尼系数 β_2 求出平均值并给出相应的不确定度计算公式求出相应的不确定度 2 分,少于三组拟合结果或者不给出不确定度求解公式减半计分;或者满足单组实验数据测量要求拟合出阻尼系数 β_2 并给出相应的不确定度计算公式求出相应的不确定度计 2 分,计算结果无单位扣 1 分;只有实验结果,无对应的实验数据或者实验数据与结果不相关的计零分。拟合出来的磁阻作用下的阻尼系数要大于空阻作用下的阻尼系数,趋势不对则拟合结果记零分。

3、测定待测金属球材料的电导率。(32分)

(1) 12分

操作要点: 2.0分

- ①取下铝球, 保持磁铁位置不变。
- ②将待测金属球挂上, 调整摆线的长度使得摆线的长度与原铝球摆线长度一致(球心到磁铁距离与铝球一致)。
- ③将待测金属球拉至摆角大于 5°时释放, 使得摆球正好从磁铁的正中心的竖直平面摆过, 当摆球角度达到 5°时开始记录实验数据(记录待测金属球在磁场中摆动时, 摆角随时间的衰减规律)。
- ④当待测金属球在磁场中摆动的数据记录完毕后, 将磁铁取下, 同样将待测金属球拉至摆角大于 5°时释放, 当摆球角度达到 5°时开始记录实验数据(记录待测金属球在空气中摆动时, 摆角随时间的衰减规律)。

实验数据: 10分

待测金属球在磁阻尼和空气阻尼作用下, 摆幅随时间的变化数据 (6分)

周期数	时间 (s)	角度(°)	角度(°)	角度(°)	角度(°)	角度(°)
0	0.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
20	39.38	4.63	4.63	4.63	4.63	4.63
40	78.77	4.30	4.29	4.29	4.28	4.28
60	118.13	3.98	3.98	3.98	3.97	3.96
80	157.51	3.66	3.65	3.65	3.67	3.67
100	196.94	3.38	3.39	3.39	3.38	3.38
120	236.23	3.10	3.11	3.10	3.09	3.10
140	275.66	2.87	2.86	2.87	2.89	2.89
160	315.06	2.62	2.61	2.62	2.59	2.59
180	354.45	2.40	2.39	2.38	2.39	2.40
200	393.84	2.19	2.19	2.19	2.19	2.19
220	433.23	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99

待测金属球在空气阻尼作用下, 摆幅随时间的变化数据 (3分)

周期数	时间 (s)	角度(°)
0	0.00	5.00
30	59.10	4.65
60	118.27	4.31
90	177.31	4.02
120	236.42	3.76
150	295.55	3.51
180	354.66	3.30
210	413.70	3.10
240	472.81	2.93
270	531.88	2.79
300	591.03	2.61
330	650.14	2.48

360	709.30	2.32
390	768.37	2.20
420	827.45	2.09
450	886.51	1.98

待测金属球直径实验数据记录 (1分)

螺旋测微器零点误差: $d_0=0.002\text{mm}$

次数	1	2	3	4	5	6	平均
待测金属球直径 $d-d_0$ (mm)	20.002	20.001	19.999	20.003	19.998	19.998	20.000

评分:

1) 操作要点 2分:

2) 待测金属球在磁阻尼和空气阻尼共同作用下的实验数据 6分:

三组及以上实验数据并且单组实验数据大于等于 11 个数据点计 6 分,少于 3 组数据或者单组只有 8-10 个数据点计 3 分,单组数据少于 8 个数据点计 0 分。实验数据或结果无单位扣 1 分,有一处有效数字不正确扣 1 分,超过两处有效数字错误则数据部分计 0 分;(线性拟合多组数据评分标准一致)

或者单组实验数据测量角度衰减范围大于 3 度并且单组实验数据大于等于 11 个数据点计 6 分,单组及实验数据测量角度衰减角度范围在 2-3 度或者单组只有 8-10 个数据点计 3 分,单组数据少于 8 个数据点计 0 分。实验数据或结果无单位扣 1 分,有一处有效数字不正确扣 1 分,超过两处有效数字错误则数据部分计 0 分;

3) 待测金属球在空气阻尼作用下的实验数据 3 分:单组实验数据测量角度衰减范围大于 3 度并且单组实验数据大于等于 11 个数据点计 3 分,单组及实验数据测量角度衰减角度范围在 2-3 度或者单组只有 8-10 个数据点计 1.5 分,单组数据少于 8 个数据点计 0 分。实验数据或结果无单位扣 1 分,有一处有效数字不正确扣 1 分,超过两处有效数字错误则数据部分计 0 分;或者说明在摆长、球的直径、摆幅相同的情况下两球的空气阻尼阻尼系数一致并解释其原因,实验数据部分计 3 分

4) 待测金属球直径数据 1 分:6 组以上数据 1 分;少于 6 组计 0.5 分;没有螺旋测微器的零点误差扣 0.5 分。实验数据或结果无单位扣 1 分,有一处有效数字不正确扣 1 分,超过两处有效数字错误则数据部分计 0 分;

(2) 2分

待测金属球在空气阻尼和磁阻尼作用下的阻尼系数: 1.5 分

方法一: 多组实验数据拟合

使用公式 $\theta = \theta_0 e^{-\beta t}$ 拟合可得出

待测金属球在磁阻尼系数 β_3

未知金属球	1	2	3	4	5	平均
拟合 β_3 (s ⁻¹)	0.001557	0.001555	0.001551	0.001562	0.001561	0.001557

$$\text{不确定度: } \delta_{\beta_3} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (\beta_i - \bar{\beta})^2}{5(5-1)}} = 1.9 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\beta_3 = (1.557 \pm 0.019) \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

方法二: 单组实验数据拟合 使用公式 $\ln \theta = \ln \theta_0 - \beta t$ 拟合可以得到阻尼系数: $\beta_1 = 0.00212 \text{ s}^{-1}$

$$\text{不确定度 } \delta_{\beta_3} = \beta_3 \sqrt{\frac{\frac{1}{2} - 1}{n-2}} = 2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\beta_3 = (2.12 \pm 0.02) \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

待测金属球空气阻尼系数 0.5 分

方法一：指数拟合得 $\beta_4=0.001506\text{ s}^{-1}$ 不确定度： $\delta_{\beta_4} = 1.3 \times 10^{-6}\text{ s}^{-1}$

$$\beta_4=(1.506 \pm 0.0013) \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

方法二：线性拟合得 $\beta_4=0.00103\text{ s}^{-1}$ 不确定度： $\delta_{\beta_4} = \beta_4 \sqrt{\frac{1}{r^2} - \frac{1}{n-2}} = 1.4 \times 10^{-5}\text{ s}^{-1}$

$$\beta_4=(1.03 \pm 0.014) \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

评分：2分

1) 拟合出待测金属球的磁阻尼系数 β_3 并利用公式求解出不确定度计 1.5分；拟合出三组数据及以上的阻尼系数求出平均值并利用不确定度计算公式求出不确定度计 1.5分，少于3组或者无不确定度计算公式计 1分；或者满足单组实验数据测量要求的拟合出阻尼系数 β_3 并利用不确定度计算公式求出不确定度计 1.5分；无不确定度计算公式扣 1分；

2) 拟合出待测金属球的空气阻尼系数 β_4 0.5分，无不确定度计算公式扣 1分；

所有的计算结果无单位扣 1分，只有实验结果，无对应的实验数据或者实验数据与结果不相关的计零分。拟合出来的磁阻作用下的阻尼系数要大于空阻作用下的阻尼系数，铝球的阻尼大于相同条件下的铜球的阻尼，趋势不对则拟合结果记零分。

(3) 导出电导率的求解公式和实验结果处理 18分

电导率公式的推导 10分

$$\text{因为阻力： } F = F_{\text{空}} + F_{\text{磁}}; \quad F = K \frac{dx}{dt} = Kl \frac{d\theta}{dt} = Kv$$

$$\text{所以 } F_{\text{磁}} = F - F_{\text{空}} = (K - K_{\text{空}})v$$

$$\text{又因为 } F_{\text{磁}} = \frac{2\pi\sigma}{15} G^2 v r^5; \quad K = 2m\beta$$

$$\text{所以 } \frac{F_{1\text{磁}}}{F_{2\text{磁}}} = \frac{\sigma_1 r_1^5}{\sigma_2 r_2^5} = \frac{K_1 - K_{1\text{空}}}{K_2 - K_{2\text{空}}} = \frac{\beta_3 - \beta_4}{\beta_2 - \beta_1} \cdot \frac{m_1}{m_2}$$

$$\sigma_1 = \frac{\beta_3 - \beta_4}{\beta_2 - \beta_1} \cdot \frac{m_1 r_2^5}{m_2 r_1^5} \sigma_2$$

其中式中 σ_1 、 σ_2 为待测金属球和铝球的电导率， m_1 、 m_2 为待测金属球和铝球的质量， r_1 、 r_2 为待测金属球和铝球的半径。

实验结果处理 8分

将已知量代入公式求解待测金属球的电导率得： $\sigma_1=2.86 \times 10^6\text{ S/m}$

$$\text{不确定度： } \delta_{(\beta_3 - \beta_4)} = \sqrt{\delta_{\beta_3}^2 + \delta_{\beta_4}^2} = 6 \times 10^{-5}\text{ s}^{-1}$$

$$\delta_{(\beta_2 - \beta_1)} = \sqrt{\delta_{\beta_1}^2 + \delta_{\beta_2}^2} = 7 \times 10^{-4}\text{ s}^{-1}$$

$$\frac{\delta_{\sigma_1}}{\sigma_1} = \sqrt{\left(\frac{\delta_{(\beta_3 - \beta_4)}}{\beta_3 - \beta_4}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{(\beta_2 - \beta_1)}}{\beta_2 - \beta_1}\right)^2} = 0.05$$

$$\text{则： } \delta_{\sigma_1} = 0.05 \times \sigma_1 = 0.14 \times 10^6\text{ S/m}$$

$$\text{故 } \sigma_1 = (2.86 \pm 0.14) \times 10^6\text{ S/m}$$

评分：

1) 电导率公式推导 10分： $F = K \frac{dx}{dt} = Kl \frac{d\theta}{dt} = Kv$ 、 $F_{\text{磁}} = F - F_{\text{空}} = (K - K_{\text{空}})v$ 、 $K = 2m\beta$ 各 2分 $\sigma_1 = \frac{\beta_3 - \beta_4}{\beta_2 - \beta_1} \cdot \frac{m_1 r_2^5}{m_2 r_1^5} \sigma_2$ 4

分；

2) 待测金属球电导率结果 6 分： $2 \times 10^6 \sim 2 \times 10^7 \text{ S/m}$ 6 分； $1 \times 10^6 \sim 2 \times 10^6 \text{ S/m}$ 或者 $2 \times 10^7 \sim 3 \times 10^7 \text{ S/m}$ 3 分；其余结果计 0 分；实验结果无单位扣 2 分；只有实验结果，无对应的实验数据或者实验数据与结果不相关的计零分。

3) 实验结果的不确定度分析 2 分。无不确定度计算公式扣 1 分。