



用于硅基量子计算的自旋读出射频（RF）反射计

引言

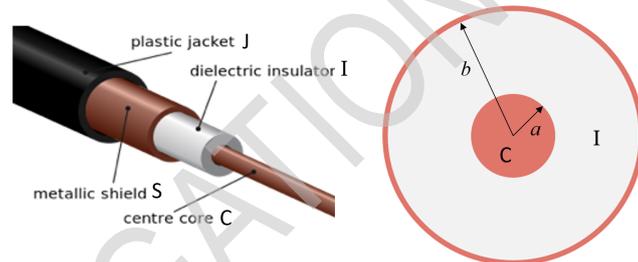
将量子计算发展成为实用的技术是科研和工程研究领域的巨大挑战之一。一个可能的途径是使用时变电磁场调控硅三极管中的单个电子。

在本题中, 我们研究使用射频 (RF) 反射计和单电子三极管来读取硅基量子计算原型机中量子比特的状态。

Part A 和 Part B 是射频电磁波在电缆和传输线中的传输, part C 是关于电磁波的反射条件, part D 引入单电子三极管, part E 和 F 介绍并让你优化反射计的方案。

Part A: 同轴电缆传输线的集总元件模型 (2.0 分)

当我们处理直流 (DC) 或低频信号时, 我们往往假设电压是瞬时通过电路的。这个假设只在信号波长远远大于器件尺寸时才成立。当我们使用射频信号时, 其动力学行为非常复杂, 在模型中我们必须考虑电缆的固有电容和固有电感。下面我们建立一根同轴传输线的模型, 模型中传输线是作为波导使用的, 并忽略铜的微小电阻和电介质的微小电导。在全题中, 我们考虑在同轴电缆中的电磁波的长波极限, 使得电场与磁场在电缆中各处都垂直于电缆的轴向 (也称为横电磁波模式)。

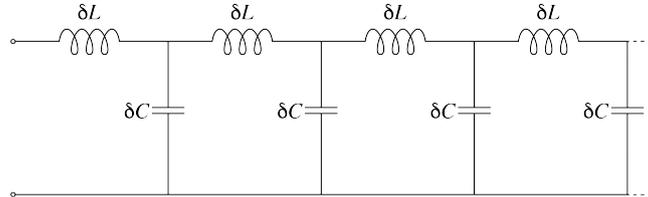


同轴电缆示意图。图中 C - 内芯, I - 电介质绝缘层, S - 金属屏蔽层, J - 塑料保护层。

考虑一根同轴电缆, 由铜内芯, 电介质绝缘层和外部的同轴铜屏蔽层组成。铜内芯的半径为 a , 其电阻和磁导率可忽略, 电介质绝缘层的无量纲相对介电常数为 ϵ_r , 无量纲相对磁导率为 μ_r , 最外层的同轴铜屏蔽层的内半径为 b 。当电磁信号通过同轴电缆传播时, 电磁信号被限制在内芯和外屏蔽层之间。

A.1	电磁波在同轴电缆中传播的速率是多少?	0.2pt
A.2	如果长度为 Δx 的同轴电缆的内芯上有电荷 Δq , 且外屏蔽层接地, 写出在铜内芯和外层屏蔽层之间的电场强度。	0.2pt
A.3	写出单位长度同轴电缆的电容 C_x , 你可以考虑长度为 Δx 的一段电缆。	0.3pt
A.4	写出单位长度电缆的电感 L_x 。	0.3pt

电缆的集总元件模型由多个小段电缆的电感和电容构建而成, 电感假设是内芯的性质, 而电容将内芯和屏蔽层联系起来, 集总元件模型如下图所示。

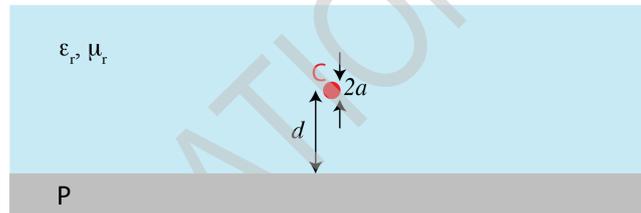


同轴电缆集总元件模型的电路图。

- A.5** i. 证明半无限长电缆的阻抗是 $Z_0 = \sqrt{L_x/C_x}$. 1.0pt
 ii. 假设同轴电缆的阻抗为 $Z_0 = 50 \Omega$, 其中电介质的 $\epsilon_r = 4.0$, $\mu_r = 1.0$, 计算 b/a 的值。

Part B: 信号沿着接地平板返回的假想传输线 (1.0 分)

另一个假想的传输线如下图所示。信号通过一个半径为 a 的非常细的导线输入, 该导线与一个高导电性的接地平板的距离为 $d \gg a$ 。导线嵌入在无量纲相对介电常数为 ϵ_r 和无量纲相对磁导率为 μ_r 的材料里。返回电流沿接地平板流动。



假想传输线示意图。C - 半径为 a 的导线, 与接地导体平板 P 的距离 $d \gg a$ 。导线 C 嵌入在相对介电常数为 ϵ_r 和相对磁导率为 μ_r 的材料里。

- B.1** 求出该假想传输线的特征阻抗的表达式。 1.0pt

Part C: 射频反射计的基础知识 (1.2 分)

电磁波可以在传输线里沿两个相反的方向传播。对每一个传播方向, 特性阻抗 Z_0 用来联系电压 V_0 和电流 I_0 的幅度, 就像欧姆定律一样, $Z_0 = V_0/I_0$ 。

考虑两根传输线特征阻抗为 Z_0 和 Z_1 的两段传输线之间的界面, 电路图如下所示。



阻抗分别为 Z_0 和 Z_1 的两根传输线连的电路图。界面的尺寸远远小于波长。

当信号 V_i 通过阻抗为 Z_0 的传输线到达界面时, 部分透射到第二根传输线中, 产生信号 V_t , 并在第二根传输线



中向前传播。部分信号也可能被反射，在第一个传输线中产生反向传播的信号 V_r 。

C.1 计算界面处的反射率 $\Gamma = V_r/V_i$ 。

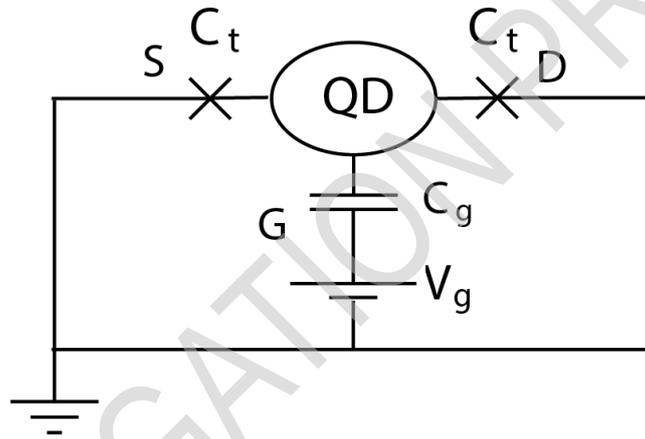
1.0pt

C.2 什么条件下信号 V_i 反射后产生相位变化为 π 。

0.2pt

Part D: 单电子三极管 (3.3 分)

单电子三极管 (SET) 由一个量子点及其附近的几个电极组成。量子点是一个孤立的小导体，电子可以被局域在量子点上。栅极通过电容与量子点相耦合，而另外两个电极—源极和漏极—通过隧道结相连接，由于量子力学效应，电子可以穿过隧道结。SET 的一个简化的电路如图所示。



SET 的电路图表示。QD 是量子点，S 是源极，D 是漏极，G 是栅极。

栅极的电容是 C_g ，隧道结的电容 $C_t \ll C_g$ 。可以认为 C_g 是量子点的总电容。在 Part D 中，源极和漏极保持在零电位，栅极上的电压固定为 V_g 。

D.1 考虑 SET 的一个状态，其中量子点包含 n 个电子。

1.5pt

- 求出量子点 (QD) 上的电势 φ_n 。
- 求出把一个额外电子从源极或漏极输送到 QD 上所需要的能量 ΔE_n 。

如果 $\Delta E_n < 0$ ，那么电子将自发隧穿到量子点，直到量子点上的电子数达到 N ($N > n$)，使得 $\Delta E_N \geq 0$ 。平衡电子数 N 和相应的额外能量 ΔE_N 可以通过选择适当的电压 V_g 来控制。

D.2 通过调节 SET 的栅极电压，求出平衡附加能量所能达到的最大可能值 $E_c = \max \Delta E_N(V_g)$ 。

0.5pt

如果 $\Delta E_N = 0$ ，那么电子隧穿不需要额外的能量，SET 处于高导电的 ON 状态。如果 $\Delta E_N > 0$ ，则 SET 的电导减小 (处于高阻的 OFF 态)。

为了使量子点上的电子数量保持确定，需要满足某些条件。首先，如果源极或漏极中的电子具有足以自发移动到量子点上的热能，那么 ON 和 OFF 状态之间的差异将消失。



D.3 求出电子温度满足的条件，使电子不能通过热激发移动到量子点上。

0.5pt

其次，电子隧穿到或隧穿出量子点限制了它们的能级的寿命。这种隧穿可以用隧道结的有效电阻来描述，该隧道结的特征隧穿时间等于量子点通过该结来充电或放电的特征时间。

D.4 i. 利用隧穿结的电容 C_t 和有效电阻 R_t 估计量子点的隧穿时间。

0.8pt

ii. 求出有效电阻 R_t 满足的条件，使得量子点上的电子具有确定的能量，以致于 ON 和 OFF 状态可以明显地区分。

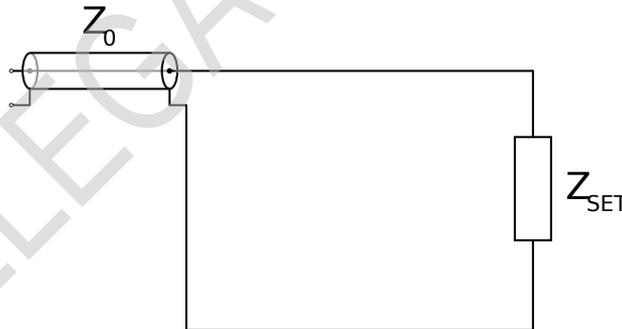
Part E: 用于读出 SET 的状态的 RF 反射计 (1.0 分)

单电子三极管 (SET) 的状态对附近的量子电路的元件所产生的电位敏感 (例如量子比特)，状态 ON 和状态 OFF 之间的可区分性提供了一种方法来读出量子计算机所产生的信息。处于 ON 状态的 SET 可以用一个 $R_{\text{ON}} = 100 \text{ k}\Omega$ 的电阻来等效，而在 OFF 状态，我们可以将 SET 看成是一个完美的绝缘体 (忽略通过 SET 源极和漏极之间的任何电容)。虽然有可能通过测量对源极输入信号的响应来确定 SET 的状态，但使用 RF 射频反射计来测量反射信号的大小和相位 (即确定反射率 Γ) 可以更快地确定 SET 的状态

由于在 ON 和 OFF 状态之间切换，SET 引起的反射率的变化是

$$\Delta\Gamma = |\Gamma_{\text{ON}} - \Gamma_{\text{OFF}}|, \quad (1)$$

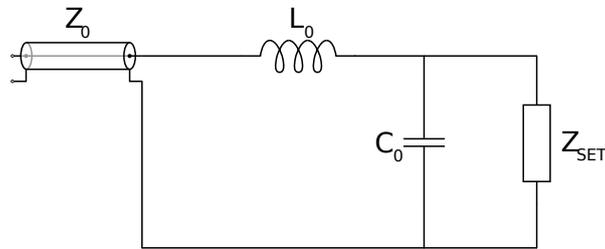
其中 Γ_{ON} 和 Γ_{OFF} 是两个不同状态下的反射率。



与 SET 连接的传输电缆线的电路图，其中传输电缆线的特性阻抗为 Z_0 。

E.1 对一个连接到阻抗为 50Ω 的同轴电缆上的典型 SET，求出导电状态和绝缘状态之间的反射率的变化 $\Delta\Gamma$ 。 0.2pt

为了增加反射率的变化，从而增加 RF 反射计的灵敏度，可在电路中加入一个电感。同时也考虑由器件几何结构引起的固有电容 $C_0 \approx 0.4 \text{ pF}$ 。RF 反射计采用的是角频率为 ω_{rf} 的信号。



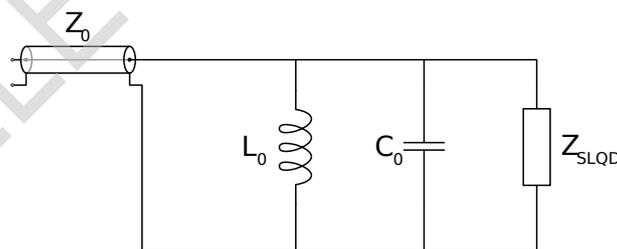
修改后的 SET 电路。

- E.2** 估算电感 L_0 的值，使得反射率的变化量可高达 1 的量级。数值计算当 $\omega_{\text{rf}}/(2\pi) = 0.8\text{pt}$ 100 MHz 时 L_0 的估算值，并计算相应的 $\Delta\Gamma$ 。

Part F: 使用单引线量子点进行电荷探测 (1.5 分)

对于可扩展的量子计算架构，连接到每个量子比特的导线数需要最少。在硅基量子计算中用于电荷探测的单电子三极管 (SET) 的一种有前途的替代方案是单引线量子点 (SLQD)。在许多方面单引线量子点类似于 SET，但没有源极和漏极引线。栅极是唯一的电极。通过栅极可以控制量子点的电子能级，还可以进行射频 (RF) 反射测量。

与单电子三极管 (SET) 类似，单引线量子点 (SLQD) 也具有 OFF 状态，在 OFF 状态 SLQD 表现为纯绝缘体。不同于 SET，SLQD 的 ON 状态是电容性的，其电容为 C_q 。为了使 SLQD 的反射率之差 $\Delta\Gamma$ 最大化，构建以下电路。电路的本征寄生电容由电路的几何构型所确定，其值为 $C_0 \approx 0.4\text{ pF}$ 。但电感值 L_0 和工作频率可以改变，以优化电路性能。传输线的特性阻抗为 $Z_0 = 50\Omega$ 。



与传输线相连的 SLQD 读出电路的电路图。

- F.1** 当给定 C_0 和 C_q 时，给出 ω_{rf} 和 $Z_C = \sqrt{L_0/C_0}$ ，使得 $\Delta\Gamma \sim 1$ 。 1.0pt

L_0 的最佳值是比较大的，在技术上不总是可行的。因此，可能需要添加电路元件来提高反射计读出电路的灵敏度。

- F.2** 假设 L_0 的值固定 (因此 Z_C 的值也固定)。画出电路图，标出 SLQD 读出电路中放置添加元件的位置，并具体计算出该元件的参数，使得在不需要大电感的情况下仍然可以达到 $\Delta\Gamma \sim 1$ 。 0.5pt